CONCOURS D'ENTREE 2023

RECUEIL DES ÉPREUVES ORALES

FORMATION DIPLÔMANTE

en3s
ÉCOLE DES DIRIGEANTS DE LA PROTECTION SOCIALE

L'avenir de la protection sociale se dessine avec vous

en3s.fr

LISTE DES SUJETS

ECONOMIE
- Les marchés : ordre spontané ou construction sociale ?
- L'inflation est-elle dangereuse ?

QUESTIONS SANITAIRES ET DE PROTECTION SOCIALE
- Faut-il obliger les médecins à s'installer dans les zones sous-dotées ?
- 100 % santé et complémentaire santé.

SANTÉ PUBLIQUE
- Définition et prise en charge de l'invalidité.
- Les biens et services de santé : particularités.

SCIENCE POLITIQUE
- L'espace public.
- Les sondages font-ils l'élection ?

DROIT DU TRAVAIL
- La suspension du contrat de travail du fait du salarié
- Durée et organisation du temps de travail.

DROIT PUBLIC
- Le tribunal des conflits.
- Le domaine de la loi et le domaine du règlement.

GESTION COMPTABLE ET FINANCIERE
- Sujets (pages 3 à 4)

STATISTIQUES
- Sujets (pages 5 à 22)

CONCOURS D'ENTREE A L'EN3S SESSION 2023
EPREUVE DE GESTION COMPTABLE ET FINANCIERE

<u>Sujet 2023/03</u> : Quelles sont les limites de la comptabilité ?

Axes de développement : hors-bilan, annexes, méthodes d'évaluation, ...

Les axes de développement ne constituent pas le plan à adopter, mais la suggestion (non obligatoire) de quelques idées à développer...

Extrait d'un article / Tristan de Broucker – février 2022

Aller plus loin que les habituels critères financiers pour s'intéresser au coût des actions de l'entreprise qui ont des impacts sociaux et environnementaux ? C'est ce que permet la comptabilité sociale et environnementale (CSE). Un défi que doivent relever dès à présent les entreprises avec l'aide indispensable de leur expert-comptable afin d'agir en faveur de la transition écologique !

Qu'est-ce que la comptabilité sociale et environnementale ?

Aujourd'hui, la compréhension de l'entreprise passe essentiellement par sa comptabilité, un outil d'information financière et de gestion qui aide les dirigeants dans leur pilotage et leur prise de décision. Pourtant les impacts sociaux et environnementaux liés à son activité en sont absents. Apparue à la fin des années 60, la CSE (comptabilité sociale et environnementale) propose de réparer cet oubli. Développée en parallèle des pratiques de plus en plus prégnantes de RSE (Responsabilité sociétale des entreprises), elle permet d'apporter des réponses opérationnelles en les intégrant dans les documents comptables des entreprises, selon plusieurs méthodes possibles. Concrètement, elle rend visible l'invisible en inscrivant au bilan comptable et dans le compte de résultat les ressources consommées ou dégradées par les activités économiques. L'objectif est d'influencer directement le fonctionnement et les stratégies des entreprises, et d'avoir une plus grande transparence vis-à-vis de ses partenaires (clients, fournisseurs, riverains, pouvoirs publics…).

CONCOURS D'ENTREE A L'EN3S SESSION 2023
EPREUVE DE GESTION COMPTABLE ET FINANCIERE

Sujet 2023/09 : Quelles sont les conditions de réussite d'un dispositif de comptabilité analytique comme outil d'aide à la décision ?

Axes de développement : axes analytiques, calcul des coûts, différence entre comptabilité générale et comptabilité analytique…

Les axes de développement ne constituent pas le plan à adopter, mais la suggestion (non obligatoire) de quelques idées à développer…

Extrait d'un article / Les Echos – Août 2018

Dois-je mettre en place un système de comptabilité analytique dans mon entreprise ?

Les principaux avantages de la comptabilité analytique

Même si elle n'est pas obligatoire, la comptabilité analytique a de nombreux avantages. Elle vous permettra de conduire votre business de manière éclairée ! Alors que la comptabilité générale recherche un résultat global, la comptabilité analytique s'attarde sur les détails.
De par sa souplesse, vous pourrez facilement l'adapter à vos besoins et à la réalité de votre marché.
Produits, services, secteurs, équipes, etc. n'auront plus de secrets pour vous. Vous comprendrez plus facilement de quoi parle votre comptabilité.

– Quel modèle se vend le mieux ?
– Quel produit me revient le plus cher ?
– Quelle marge représente le produit X ?
– Me manque-t-il un employé pour les compétences X, Y ?
– Est-il intéressant que je fasse du stock pour tel ou tel produit ?

Pour mettre en place un système de comptabilité analytique, pas besoin d'avoir des logiciels hyper sophistiqués ; un simple tableau Excel conviendra !
Si vous êtes encore un peu frileux, vous pouvez tout à fait « tester » ce système de gestion comptable sur un produit, un service ou encore un département.
Libre à vous par la suite de l'utiliser pour comparer et établir vos prévisions futures, justifier les écarts ou contrôler les budgets. Une fois maîtrisée, la comptabilité analytique deviendra un puissant outil de pilotage pour votre entreprise.

Sujet 6-Septembre 2023

EN3S

Exercice 1 :

Pour fêter son permis, Bob invite ses amis au karaoké.
150 chansons sont proposées, 30 pour chacune des décennies de 1970 à 2010
Il choisit au hasard 10 chansons.
Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de chansons des années 90 choisies parmi les 10.

1. Quelle est la loi de probabilité de X ? Justifier précisément.
2. Exprimer $P(X = k)$ sans oublier de préciser les valeurs possibles pour k
3. Quelles sont l'espérance et la variance de X ?
4. Exprimer la probabilité pour qu'il y ait au moins 1 chanson des années 90 parmi les 10.
5. Montrer que l'on peut approcher la loi de X par une autre loi à préciser. Penser également à bien en donner les paramètres. Calculer la probabilité demandée à la question 4 avec cette approximation.

Exercice 2 :

On dispose des résultats d'une enquête concernant le montant (en centaines d'euros) des salaires mensuels des salariés d'une entreprise.

Montant du salaire (centaines d'€)	]4; 6]	]6; 8]	]8; 12]	]12; 16]	]16; 20]	]20; 30]
Effectifs	30	47	56	35	24	8

Utiliser le tableau de l'annexe pour les calculs

1. Préciser la population concernée par l'étude, le caractère étudié ainsi que sa nature.
2. Construire la courbe de la fonction de répartition.
3. Déterminer la classe modale. Interpréter.
4. Déterminer la médiane (par le calcul). Interpréter.
5. Calculer l'intervalle interdécile. Interpréter.
6. Calculer la moyenne et l'écart type du caractère. Interpréter.

FORMULAIRE DE STATISTIQUES

CONCOURS EN3S - SEPTEMBRE 2023

- **DÉNOMBREMENT :** n et p deux entiers naturels $p \leq n$:

Le nombre d'arrangements de p éléments choisis parmi n est :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\dots.(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Le nombre de combinaisons de p éléments choisis parmi n, est $C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$

- **QUELQUES LOIS DISCRÈTES :**

Loi binomiale : La variable aléatoire X correspondant au nombre de succès obtenus sur les n réalisations de l'expérience est une variable aléatoire binomiale de paramètres $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{p}$
On dit aussi que $\boldsymbol{X}$ suit une loi binomiale de paramètre $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{p}$
On note ; $\boldsymbol{X \sim B(n,p)}$

$P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ pour tout $k = 0, \dots, n$

$E(X) = np \qquad V(X) = np(1-p)$

Loi de Poisson: Une variable aléatoire discrète infinie X suit une **loi de Poisson de paramètre $\boldsymbol{m}$** $(m > 0)$

si pour tout $k \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{P(X=k) = \frac{m^k}{k!}e^{-m}}$

On note $\boldsymbol{X \sim \mathcal{P}\ (m)}$

$E(X) = m \qquad V(X) = m$

Loi hypergéométrique : La variable aléatoire X correspondant au nombre d'individus ayant la caractéristique suit une **loi hypergéométrique de paramètres $\boldsymbol{N, n, p}$**.
On note :

$$\boldsymbol{X \sim \mathcal{H}(N, n, p)}$$

$P(X=k) = \frac{C_{Np}^k C_{N(1-p)}^{n-k}}{C_N^n}$ pour tout $k = 0, \dots, n$

$E(X) = np \qquad V(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1}$

- **RÉGRESSION LINÉAIRE :**

¤ LE **COEFFICIENT DE CORRELATION LINEAIRE OU COEFFICIENT DE CORRELATION DE PEARSON** du couple (X, Y) est la quantité :

$$r_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma(X)\cdot\sigma(Y)}$$

LA DROITE DE REGRESSION DE Y EN X, notée $\Delta_{Y/X}$, est la droite d'équation $Y = aX + b$, avec :

→ a : **COEFFICIENT DE REGRESSION**, pente de la droite de régression :

$$a = \frac{cov(X,Y)}{V(X)}$$

→ b : **COEFFICIENT DE CENTRAGE**, ordonnée à l'origine de la droite de régression :

$$b = \overline{y} - a\cdot\overline{x}$$

- **ESTIMATION DE LA MOYENNE :** $T = \frac{\bar{X}-\mu}{S_n/\sqrt{n-1}} \sim N(0,1)$ lorsque la variance n'est pas connue

où $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} X_i$ et $\overline{S_n}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} {X_i}^2 - \bar{X}^2$

et μ est la moyenne théorique

L'intervalle de confiance, bilatéral symétrique, à $(1-\alpha)*100\%$ s'écrit : $I = [\bar{x} - \frac{as_n}{\sqrt{n-1}} ; \bar{x} + \frac{as_n}{\sqrt{n-1}}]$

Où a vérifie: $P(T < a) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

- **ESTIMATION DE LA PROPORTION :**

On considère F la variable aléatoire représentant la proportion dans un échantillon de taille n.

On se place dans le cas où n est grand (c'est-à-dire $n \geq 30$ et $n\pi(1-\pi) > 5$)

$$U = \frac{F-\pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \overset{asy}{\approx} N(0;1)$$

L'intervalle de confiance, bilatéral symétrique, à $(1-\alpha)*100\%$ s'écrit :

$$I = [f - a*\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} ; f + a*\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}]$$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE PROPORTION PAR RAPPORT À UNE NORME**

Soit π la proportion théorique inconnue.

On veut tester

$\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi \neq \pi_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi > \pi_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi < \pi_0 \end{cases}$

On se fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse $H_0(\pi = \pi_0$ dans les trois cas), on va choisir la variable aléatoire de décision suivante.

$$U_0 = \frac{F - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} \underset{ap}{\approx} N(0,1) \quad \text{avec} \quad n \geq 30 \quad \text{et} \quad n\pi(1-\pi) > 5 \quad \text{et} \quad n(1-\pi) > 5.$$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE MOYENNE PAR RAPPORT À UNE NORME :**

On a
- soit X~ $N(\mu, \sigma)$,
- soit la taille n de l'échantillon est grande (n>30)

On veut tester :

$\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu \neq \mu_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu > \mu_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu < \mu_0 \end{cases}$

On fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse $H_0(\mu = \mu_0$ dans les trois cas), on va choisir l'une des variables aléatoires de décision suivantes :

	n petit (n<30) $X \sim N(\mu; \sigma)$	n grand (n≥30)
σ connu (cas rare)	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0;1)$	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \underset{as}{\approx} N(0;1)$
σ inconnu (cas fréquent)	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{S_n / \sqrt{n-1}} \sim t_{(n-1)}$	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{S_n / \sqrt{n-1}} \underset{as}{\approx} N(0;1)$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE VARIANCE PAR RAPPORT À UNE NORME :**

On suppose que $X \sim N(\mu;\sigma)$, que μ est inconnu (cas le plus fréquent), et que quel soit la taille de l'échantillon.

On veut tester

$\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 \neq {\sigma_0}^2 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 > {\sigma_0}^2 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 < {\sigma_0}^2 \end{cases}$
	$(1-\alpha)$ α	α $(1-\alpha)$
Test bilatéral symétrique	test unilatéral à droite	test unilatéral à gauche

On se fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse H_0 ($\sigma^2 = {\sigma_0}^2$ dans les trois cas), on va choisir la variable aléatoire de décision suivante. $K_0 = \frac{nS_n^2}{\sigma_0^2} = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$

où $S_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}X_i^2 - \overline{X}^2$ et $S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{i=n}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{nS_n^2}{n-1}$

- **TEST DU KHI-DEUX D'AJUSTEMENT :**

$$\begin{cases} H_0 & X \text{ suit approximativement la loi "TRUC"} \\ H_1 & X \text{ ne suit pas approximativement la loi "TRUC"} \end{cases}$$

On utilise la variable aléatoire$D = \sum_{k=1}^{k=r}\frac{(N_k - N\pi_k)^2}{N\pi_k}$,
D se rapproche d'une loi du Khi-deux à (r-1) degrés de liberté lorsque n est grand.

- **TEST D'INDEPENDANCE :**

$\begin{cases} H_0 & X \text{ et } Y \text{ sont indépendantes} \\ H_1 & X \text{ et } Y \text{ ne sont pas indépendantes} \end{cases}$ Test du Khi-deux, unilatéral à droite

On définit la variable aléatoire $D = \sum_{i=1}^{i=r}\sum_{j=1}^{j=p}\frac{\left(N_{ij} - T_{ij}\right)^2}{T_{ij}} \sim \chi^2_{(r-1)(p-1)}$.

La réalisation de D est $d = \sum_{i=1}^{i=r}\sum_{j=1}^{j=p}\frac{\left(n_{ij} - t_{ij}\right)^2}{t_{ij}}$ avec $t_{ij} = \frac{n_{i.}n_{.j}}{n}$

On admet que sous H0, la loi de D se rapproche d'une loi du Khi-deux à (r-1)(k-1) degrés de libertés, lorsque n est suffisamment grand.

Si le test se fait avec un risque de première espèce α, q sera donc le quantile d'ordre $1-\alpha$.

Table de la fonction de répartition de la loi de Gauss réduite

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Fractiles de la loi de Gauss réduite

1-P	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	
0,00	∞	3,0902	2,8782	2,7478	2,6521	2,5758	2,5121	2,4573	2,4089	2,3656	2,3263	**0,99**
0,01	2,3263	2,2904	2,2571	2,2262	2,1973	2,1701	2,1444	2,1201	2,0969	2,0749	2,0537	**0,98**
0,02	2,0537	2,0335	2,0141	1,9954	1,9774	1,9600	1,9431	1,9268	1,9110	1,8957	1,8808	**0,97**
0,03	1,8808	1,8663	1,8522	1,8384	1,8250	1,8119	1,7991	1,7866	1,7744	1,7624	1,7507	**0,96**
0,04	1,7507	1,7392	1,7279	1,7169	1,7060	1,6954	1,6849	1,6747	1,6646	1,6546	1,6449	**0,95**
0,05	1,6449	1,6352	1,6258	1,6164	1,6072	1,5982	1,5893	1,5805	1,5718	1,5632	1,5548	**0,94**
0,06	1,5548	1,5464	1,5382	1,5301	1,5220	1,5141	1,5063	1,4985	1,4909	1,4833	1,4758	**0,93**
0,07	1,4758	1,4684	1,4611	1,4538	1,4466	1,4395	1,4325	1,4255	1,4187	1,4118	1,4051	**0,92**
0,08	1,4051	1,3984	1,3917	1,3852	1,3787	1,3722	1,3658	1,3595	1,3532	1,3469	1,3408	**0,91**
0,09	1,3408	1,3346	1,3285	1,3225	1,3165	1,3106	1,3047	1,2988	1,2930	1,2873	1,2816	**0,90**
0,10	1,2816	1,2759	1,2702	1,2646	1,2591	1,2536	1,2481	1,2426	1,2372	1,2319	1,2265	**0,89**
0,11	1,2265	1,2212	1,2160	1,2107	1,2055	1,2004	1,1952	1,1901	1,1850	1,1800	1,1750	**0,88**
0,12	1,1750	1,1700	1,1650	1,1601	1,1552	1,1503	1,1455	1,1407	1,1359	1,1311	1,1264	**0,87**
0,13	1,1264	1,1217	1,1170	1,1123	1,1077	1,1031	1,0985	1,0939	1,0893	1,0848	1,0803	**0,86**
0,14	1,0803	1,0758	1,0714	1,0669	1,0625	1,0581	1,0537	1,0494	1,0450	1,0407	1,0364	**0,85**
0,15	1,0364	1,0322	1,0279	1,0237	1,0194	1,0152	1,0110	1,0069	1,0027	0,9986	0,9945	**0,84**
0,16	0,9945	0,9904	0,9863	0,9822	0,9782	0,9741	0,9701	0,9661	0,9621	0,9581	0,9542	**0,83**
0,17	0,9542	0,9502	0,9463	0,9424	0,9385	0,9346	0,9307	0,9269	0,9230	0,9192	0,9154	**0,82**
0,18	0,9154	0,9116	0,9078	0,9040	0,9002	0,8965	0,8927	0,8890	0,8853	0,8816	0,8779	**0,81**
0,19	0,8779	0,8742	0,8705	0,8669	0,8633	0,8596	0,8560	0,8524	0,8488	0,8452	0,8416	**0,80**
0,20	0,8416	0,8381	0,8345	0,8310	0,8274	0,8239	0,8204	0,8169	0,8134	0,8099	0,8064	**0,79**
0,21	0,8064	0,8030	0,7995	0,7961	0,7926	0,7892	0,7858	0,7824	0,7790	0,7756	0,7722	**0,78**
0,22	0,7722	0,7688	0,7655	0,7621	0,7588	0,7554	0,7521	0,7488	0,7454	0,7421	0,7388	**0,77**
0,23	0,7388	0,7356	0,7323	0,7290	0,7257	0,7225	0,7192	0,7160	0,7128	0,7095	0,7063	**0,76**
0,24	0,7063	0,7031	0,6999	0,6967	0,6935	0,6903	0,6871	0,6840	0,6808	0,6776	0,6745	**0,75**
0,25	0,6745	0,6713	0,6682	0,6651	0,6620	0,6588	0,6557	0,6526	0,6495	0,6464	0,6433	**0,74**
0,26	0,6433	0,6403	0,6372	0,6341	0,6311	0,6280	0,6250	0,6219	0,6189	0,6158	0,6128	**0,73**
0,27	0,6128	0,6098	0,6068	0,6038	0,6008	0,5978	0,5948	0,5918	0,5888	0,5858	0,5828	**0,72**
0,28	0,5828	0,5799	0,5769	0,5740	0,5710	0,5681	0,5651	0,5622	0,5592	0,5563	0,5534	**0,71**
0,29	0,5534	0,5505	0,5476	0,5446	0,5417	0,5388	0,5359	0,5330	0,5302	0,5273	0,5244	**0,70**
0,30	0,5244	0,5215	0,5187	0,5158	0,5129	0,5101	0,5072	0,5044	0,5015	0,4987	0,4959	**0,69**
0,31	0,4959	0,4930	0,4902	0,4874	0,4845	0,4817	0,4789	0,4761	0,4733	0,4705	0,4677	**0,68**
0,32	0,4677	0,4649	0,4621	0,4593	0,4565	0,4538	0,4510	0,4482	0,4454	0,4427	0,4399	**0,67**
0,33	0,4399	0,4372	0,4344	0,4316	0,4289	0,4261	0,4234	0,4207	0,4179	0,4152	0,4125	**0,66**
0,34	0,4125	0,4097	0,4070	0,4043	0,4016	0,3989	0,3961	0,3934	0,3907	0,3880	0,3853	**0,65**
0,35	0,3853	0,3826	0,3799	0,3772	0,3745	0,3719	0,3692	0,3665	0,3638	0,3611	0,3585	**0,64**
0,36	0,3585	0,3558	0,3531	0,3505	0,3478	0,3451	0,3425	0,3398	0,3372	0,3345	0,3319	**0,63**
0,37	0,3319	0,3292	0,3266	0,3239	0,3213	0,3186	0,3160	0,3134	0,3107	0,3081	0,3055	**0,62**
0,38	0,3055	0,3029	0,3002	0,2976	0,2950	0,2924	0,2898	0,2871	0,2845	0,2819	0,2793	**0,61**
0,39	0,2793	0,2767	0,2741	0,2715	0,2689	0,2663	0,2637	0,2611	0,2585	0,2559	0,2533	**0,60**
0,40	0,2533	0,2508	0,2482	0,2456	0,2430	0,2404	0,2378	0,2353	0,2327	0,2301	0,2275	**0,59**
0,41	0,2275	0,2250	0,2224	0,2198	0,2173	0,2147	0,2121	0,2096	0,2070	0,2045	0,2019	**0,58**
0,42	0,2019	0,1993	0,1968	0,1942	0,1917	0,1891	0,1866	0,1840	0,1815	0,1789	0,1764	**0,57**
0,43	0,1764	0,1738	0,1713	0,1687	0,1662	0,1637	0,1611	0,1586	0,1560	0,1535	0,1510	**0,56**
0,44	0,1510	0,1484	0,1459	0,1434	0,1408	0,1383	0,1358	0,1332	0,1307	0,1282	0,1257	**0,55**
0,45	0,1257	0,1231	0,1206	0,1181	0,1156	0,1130	0,1105	0,1080	0,1055	0,1030	0,1004	**0,54**
0,46	0,1004	0,0979	0,0954	0,0929	0,0904	0,0878	0,0853	0,0828	0,0803	0,0778	0,0753	**0,53**
0,47	0,0753	0,0728	0,0702	0,0677	0,0652	0,0627	0,0602	0,0577	0,0552	0,0527	0,0502	**0,52**
0,48	0,0502	0,0476	0,0451	0,0426	0,0401	0,0376	0,0351	0,0326	0,0301	0,0276	0,0251	**0,51**
0,49	0,0251	0,0226	0,0201	0,0175	0,0150	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0000	**0,50**
	0,010	**0,009**	**0,008**	**0,007**	**0,006**	**0,005**	**0,004**	**0,003**	**0,002**	**0,001**	**0,000**	**P**

Fractiles de la loi du Khi-2

Degrés de Liberté	P										
	0,001	0,005	0,010	0,025	0,050	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,002	0,010	0,020	0,051	0,103	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,024	0,072	0,115	0,216	0,352	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,091	0,207	0,297	0,484	0,711	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
5	0,210	0,412	0,554	0,831	1,145	9,236	11,070	12,833	15,086	16,750	20,515
6	0,381	0,676	0,872	1,237	1,635	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
7	0,598	0,989	1,239	1,690	2,167	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
8	0,857	1,344	1,646	2,180	2,733	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
9	1,152	1,735	2,088	2,700	3,325	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
10	1,479	2,156	2,558	3,247	3,940	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
11	1,834	2,603	3,053	3,816	4,575	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
12	2,214	3,074	3,571	4,404	5,226	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
13	2,617	3,565	4,107	5,009	5,892	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
14	3,041	4,075	4,660	5,629	6,571	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
15	3,483	4,601	5,229	6,262	7,261	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
16	3,942	5,142	5,812	6,908	7,962	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
17	4,416	5,697	6,408	7,564	8,672	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
18	4,905	6,265	7,015	8,231	9,390	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312
19	5,407	6,844	7,633	8,907	10,117	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820
20	5,921	7,434	8,260	9,591	10,851	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315
21	6,447	8,034	8,897	10,283	11,591	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797
22	6,983	8,643	9,542	10,982	12,338	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268
23	7,529	9,260	10,196	11,689	13,091	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728
24	8,085	9,886	10,856	12,401	13,848	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559	51,179
25	8,649	10,520	11,524	13,120	14,611	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620
26	9,222	11,160	12,198	13,844	15,379	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052
27	9,803	11,808	12,879	14,573	16,151	36,741	40,113	43,195	46,963	49,645	55,476
28	10,391	12,461	13,565	15,308	16,928	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892
29	10,986	13,121	14,256	16,047	17,708	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336	58,301
30	11,588	13,787	14,953	16,791	18,493	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703
31	12,196	14,458	15,655	17,539	19,281	41,422	44,985	48,232	52,191	55,003	61,098
32	12,811	15,134	16,362	18,291	20,072	42,585	46,194	49,480	53,486	56,328	62,487
33	13,431	15,815	17,074	19,047	20,867	43,745	47,400	50,725	54,776	57,648	63,870
34	14,057	16,501	17,789	19,806	21,664	44,903	48,602	51,966	56,061	58,964	65,247
35	14,688	17,192	18,509	20,569	22,465	46,059	49,802	53,203	57,342	60,275	66,619
36	15,324	17,887	19,233	21,336	23,269	47,212	50,998	54,437	58,619	61,581	67,985
37	15,965	18,586	19,960	22,106	24,075	48,363	52,192	55,668	59,893	62,883	69,346
38	16,611	19,289	20,691	22,878	24,884	49,513	53,384	56,896	61,162	64,181	70,703
39	17,262	19,996	21,426	23,654	25,695	50,660	54,572	58,120	62,428	65,476	72,055
40	17,916	20,707	22,164	24,433	26,509	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766	73,402
41	18,575	21,421	22,906	25,215	27,326	52,949	56,942	60,561	64,950	68,053	74,745
42	19,239	22,138	23,650	25,999	28,144	54,090	58,124	61,777	66,206	69,336	76,084
43	19,906	22,859	24,398	26,785	28,965	55,230	59,304	62,990	67,459	70,616	77,419
44	20,576	23,584	25,148	27,575	29,787	56,369	60,481	64,201	68,710	71,893	78,750
45	21,251	24,311	25,901	28,366	30,612	57,505	61,656	65,410	69,957	73,166	80,077
46	21,929	25,041	26,657	29,160	31,439	58,641	62,830	66,617	71,201	74,437	81,400
47	22,610	25,775	27,416	29,956	32,268	59,774	64,001	67,821	72,443	75,704	82,720
48	23,295	26,511	28,177	30,755	33,098	60,907	65,171	69,023	73,683	76,969	84,037
49	23,983	27,249	28,941	31,555	33,930	62,038	66,339	70,222	74,919	78,231	85,351
50	24,674	27,991	29,707	32,357	34,764	63,167	67,505	71,420	76,154	79,490	86,661

Pour des ddl supérieurs à 30, on peut utiliser les fractiles de Gauss suivant la formule

$$\chi^2_n \approx n\left(1-\frac{2}{9n}+u\sqrt{\frac{2}{9n}}\right)^3$$

Fractiles de la loi de Student

Degrés de Liberté	P								
	0,600	**0,700**	**0,800**	**0,900**	**0,950**	**0,975**	**0,990**	**0,995**	**0,999**
1	0,325	0,727	1,376	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,309
2	0,289	0,617	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327
3	0,277	0,584	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215
4	0,271	0,569	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	0,267	0,559	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	0,265	0,553	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	0,263	0,549	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	0,262	0,546	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	0,261	0,543	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	0,260	0,542	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	0,260	0,540	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	0,259	0,539	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	0,259	0,538	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	0,258	0,537	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	0,258	0,536	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	0,258	0,535	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	0,257	0,534	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	0,257	0,534	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	0,257	0,533	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	0,257	0,533	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	0,257	0,532	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	0,256	0,532	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	0,256	0,532	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	0,256	0,531	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	0,256	0,531	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	0,256	0,531	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	0,256	0,531	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	0,256	0,530	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	0,256	0,530	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	0,256	0,530	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
31	0,256	0,530	0,853	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744	3,375
32	0,255	0,530	0,853	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738	3,365
33	0,255	0,530	0,853	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733	3,356
34	0,255	0,529	0,852	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728	3,348
35	0,255	0,529	0,852	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	3,340
36	0,255	0,529	0,852	1,306	1,688	2,028	2,434	2,719	3,333
37	0,255	0,529	0,851	1,305	1,687	2,026	2,431	2,715	3,326
38	0,255	0,529	0,851	1,304	1,686	2,024	2,429	2,712	3,319
39	0,255	0,529	0,851	1,304	1,685	2,023	2,426	2,708	3,313
40	0,255	0,529	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307
42	0,255	0,528	0,850	1,302	1,682	2,018	2,418	2,698	3,296
44	0,255	0,528	0,850	1,301	1,680	2,015	2,414	2,692	3,286
46	0,255	0,528	0,850	1,300	1,679	2,013	2,410	2,687	3,277
48	0,255	0,528	0,849	1,299	1,677	2,011	2,407	2,682	3,269
50	0,255	0,528	0,849	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261
55	0,255	0,527	0,848	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	3,245
60	0,254	0,527	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232
65	0,254	0,527	0,847	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	3,220
70	0,254	0,527	0,847	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,211
75	0,254	0,527	0,846	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643	3,202
80	0,254	0,526	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195
85	0,254	0,526	0,846	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635	3,189
90	0,254	0,526	0,846	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	3,183
95	0,254	0,526	0,845	1,291	1,661	1,985	2,366	2,629	3,178
100	0,254	0,526	0,845	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174

Pour des ddl supérieurs à 30, on peut utiliser les fractiles de Gauss suivant la formule :

$$t_n \approx u + \frac{u^3 + u}{4n}$$

Sujet 7-Septembre 2023

EN3S

Exercice 1 :

En moyenne le nombre d'accidents **journalier** dans lesquels est impliqué le véhicule école est de 1,2. On notera A la variable aléatoire correspondant à ce nombre d'accidents **journalier**. A suit une loi de Poisson.

1. Quel est le paramètre de la loi de A ? Justifier.
2. Déterminer la probabilité pour qu'en un jour il y ait 2 ou plus de 2 accidents.
3. Quelle est la probabilité pour qu'en un mois (30 jours) il y ait eu 15 accidents ? Justifier.

Exercice 2 :

Une étude statistique sur 10 sites de commerce électronique en ligne a été réalisée afin de sonder sur une semaine le nombre de connexions (caractère X) et le nombre de commandes (caractère Y).

On a obtenu le tableau suivant :

Le numéro du site (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Le nombre de connexions (x_i)	80	100	115	110	70	125	105	90	110	95
Le nombre de commandes (y_i)	32	50	62	56	8	80	62	50	62	38

On donne : $\sum_{i=1}^{i=10} x_i = 1000$ $\qquad \sum_{i=1}^{i=10} y_i = 500$

$\sum_{i=1}^{i=10} x_i^2 = 102500$ $\qquad \sum_{i=1}^{i=10} y_i^2 = 28\,600$ $\qquad \sum_{i=1}^{i=10}(x_i * y_i) = 52\,280$

1. Calculer la valeur moyenne des caractères X et Y ainsi que leur variance. Interpréter
2. Déterminer la covariance de X et Y.
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les deux caractères X et Y. Commenter.
4. Déterminer une équation de la droite de régression linéaire de Y en X. A quoi sert-elle ?
5. Donner une prévision du nombre de commandes s'il y a 200 connexions. Cela vous semble-t-il en adéquation avec la réalité ?

FORMULAIRE DE STATISTIQUES

CONCOURS EN3S - SEPTEMBRE 2023

- **DÉNOMBREMENT :** n et p deux entiers naturels $p \leq n$:

Le nombre d'arrangements de p éléments choisis parmi n est :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\ldots.(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Le nombre de combinaisons de p éléments choisis parmi n, est $C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$

- **QUELQUES LOIS DISCRÈTES :**

Loi binomiale : La variable aléatoire X correspondant au nombre de succès obtenus sur les n réalisations de l'expérience est une variable aléatoire binomiale de paramètres $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{p}$

On dit aussi que $\boldsymbol{X}$ suit une loi binomiale de paramètre $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{p}$

On note ; $\boldsymbol{X \sim B(n, p)}$

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \qquad \text{pour tout } k = 0, \ldots, n$$

$E(X) = np \qquad V(X) = np(1-p)$

Loi de Poisson: Une variable aléatoire discrète infinie X suit une **loi de Poisson de paramètre $\boldsymbol{m}$** $(m > 0)$

$$\text{si pour tout } k \in \mathbb{N}, \boldsymbol{P(X = k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m}}$$

On note $\boldsymbol{X \sim \mathcal{P}\,(m)}$

$E(X) = m \qquad V(X) = m$

Loi hypergéométrique : La variable aléatoire X correspondant au nombre d'individus ayant la caractéristique suit une **loi hypergéométrique de paramètres $\boldsymbol{N, n, p}$**.

On note :

$$\boldsymbol{X \sim \mathcal{H}(N, n, p)}$$

$$P(X = k) = \frac{C_{Np}^k C_{N(1-p)}^{n-k}}{C_N^n} \qquad \text{pour tout } k = 0, \ldots, n$$

$E(X) = np \qquad V(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1}$

- **RÉGRESSION LINÉAIRE :**

¤ LE **COEFFICIENT DE CORRELATION LINEAIRE OU COEFFICIENT DE CORRELATION DE PEARSON** du couple (X, Y) est la quantité :

$$r_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}$$

LA DROITE DE REGRESSION DE Y EN X, notée $\Delta_{Y/X}$, est la droite d'équation $Y = aX + b$, avec :

→ a : **COEFFICIENT DE REGRESSION**, pente de la droite de régression :

$$a = \frac{cov(X,Y)}{V(X)}$$

→ b : **COEFFICIENT DE CENTRAGE**, ordonnée à l'origine de la droite de régression :

$$b = \overline{y} - a \cdot \overline{x}$$

- **ESTIMATION DE LA MOYENNE :** $T = \frac{\bar{X}-\mu}{S_n/\sqrt{n-1}} \sim N(0,1)$ lorsque la variance n'est pas connue

où $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} X_i$ et $\overline{S_n}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} X_i^{\ 2} - \bar{X}^2$

et μ est la moyenne théorique

L'intervalle de confiance, bilatéral symétrique, à $(1-\alpha) * 100\%$ s'écrit : $I = [\bar{x} - \frac{a s_n}{\sqrt{n-1}} ; \bar{x} + \frac{a s_n}{\sqrt{n-1}}]$

Où a vérifie: $P(T < a) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

- **ESTIMATION DE LA PROPORTION :**

On considère F la variable aléatoire représentant la proportion dans un échantillon de taille n.

On se place dans le cas où n est grand (c'est-à-dire $n \geq 30$ et $n\pi(1-\pi) > 5$)

$$U = \frac{F - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \overset{asy}{\approx} N(0;1)$$

L'intervalle de confiance, bilatéral symétrique, à $(1-\alpha) * 100\%$ s'écrit :

$$I = [f - a * \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} ; f + a * \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}]$$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE PROPORTION PAR RAPPORT À UNE NORME**

Soit π la proportion théorique inconnue.

On veut tester

$\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi \neq \pi_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi > \pi_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi < \pi_0 \end{cases}$

On se fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse H_0 ($\pi = \pi_0$ dans les trois cas), on va choisir la variable aléatoire de décision suivante.

$$U_0 = \frac{F - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} \underset{ap}{\approx} N(0,1) \quad \text{avec} \quad n \geq 30 \quad \text{et} \quad n\pi(1-\pi) > 5 \quad \text{et} \quad n(1-\pi) > 5.$$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE MOYENNE PAR RAPPORT À UNE NORME :**

On a
- soit X~ $N(\mu, \sigma)$,
- soit la taille n de l'échantillon est grande (n>30)

On veut tester :

$\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu \neq \mu_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu > \mu_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu < \mu_0 \end{cases}$

On fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse $H_0(\mu = \mu_0$ dans les trois cas), on va choisir l'une des variables aléatoires de décision suivantes :

	n petit (n<30) $X \sim N(\mu; \sigma)$	n grand (n≥30)
σ connu (cas rare)	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0;1)$	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \underset{as}{\approx} N(0;1)$
σ inconnu (cas fréquent)	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{S_n/\sqrt{n-1}} \sim t_{(n-1)}$	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{S_n/\sqrt{n-1}} \underset{as}{\approx} N(0;1)$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE VARIANCE PAR RAPPORT À UNE NORME :**

On suppose que $X \sim N(\mu; \sigma)$, que μ est inconnu (cas le plus fréquent), et que quel soit la taille de l'échantillon.

On veut tester

$\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 \neq {\sigma_0}^2 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 > {\sigma_0}^2 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 < {\sigma_0}^2 \end{cases}$

$(1-\alpha)$ α α $(1-\alpha)$

Test bilatéral symétrique test unilatéral à droite test unilatéral à gauche

On se fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse H_0 ($\sigma^2 = {\sigma_0}^2$ dans les trois cas), on va choisir la variable aléatoire de décision suivante. $K_0 = \frac{nS_n^2}{\sigma_0^2} = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$

où $S_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}X_i^2 - \overline{X}^2$ et $S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{i=n}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{nS_n^2}{n-1}$

- **TEST DU KHI-DEUX D'AJUSTEMENT :**

$\begin{cases} H_O & X \text{ suit approximativement la loi "TRUC"} \\ H_1 & X \text{ ne suit pas approximativement la loi "TRUC"} \end{cases}$

On utilise la variable aléatoire $D = \sum_{k=1}^{k=r} \frac{(N_k - N\pi_k)^2}{N\pi_k}$,
D se rapproche d'une loi du Khi-deux à (r-1) degrés de liberté lorsque n est grand.

- **TEST D'INDEPENDANCE :**

$\begin{cases} H_0 & X \text{ et } Y \text{ sont indépendantes} \\ H_1 & X \text{ et } Y \text{ ne sont pas indépendantes} \end{cases}$ Test du Khi-deux, unilatéral à droite

On définit la variable aléatoire $D = \sum_{i=1}^{i=r}\sum_{j=1}^{j=p}\frac{(N_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}} \sim \chi^2_{(r-1)(p-1)}$.

La réalisation de D est $d = \sum_{i=1}^{i=r}\sum_{j=1}^{j=p}\frac{(n_{ij} - t_{ij})^2}{t_{ij}}$ avec $t_{ij} = \frac{n_{i.}n_{.j}}{n}$

On admet que sous H0, la loi de D se rapproche d'une loi du Khi-deux à (r-1)(k-1) degrés de libertés, lorsque n est suffisamment grand.

Si le test se fait avec un risque de première espèce α, q sera donc le quantile d'ordre $1-\alpha$.

Table de la fonction de répartition de la loi de Gauss réduite

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Fractiles de la loi de Gauss réduite

1-P	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	
0,00	∞	3,0902	2,8782	2,7478	2,6521	2,5758	2,5121	2,4573	2,4089	2,3656	2,3263	**0,99**
0,01	2,3263	2,2904	2,2571	2,2262	2,1973	2,1701	2,1444	2,1201	2,0969	2,0749	2,0537	**0,98**
0,02	2,0537	2,0335	2,0141	1,9954	1,9774	1,9600	1,9431	1,9268	1,9110	1,8957	1,8808	**0,97**
0,03	1,8808	1,8663	1,8522	1,8384	1,8250	1,8119	1,7991	1,7866	1,7744	1,7624	1,7507	**0,96**
0,04	1,7507	1,7392	1,7279	1,7169	1,7060	1,6954	1,6849	1,6747	1,6646	1,6546	1,6449	**0,95**
0,05	1,6449	1,6352	1,6258	1,6164	1,6072	1,5982	1,5893	1,5805	1,5718	1,5632	1,5548	**0,94**
0,06	1,5548	1,5464	1,5382	1,5301	1,5220	1,5141	1,5063	1,4985	1,4909	1,4833	1,4758	**0,93**
0,07	1,4758	1,4684	1,4611	1,4538	1,4466	1,4395	1,4325	1,4255	1,4187	1,4118	1,4051	**0,92**
0,08	1,4051	1,3984	1,3917	1,3852	1,3787	1,3722	1,3658	1,3595	1,3532	1,3469	1,3408	**0,91**
0,09	1,3408	1,3346	1,3285	1,3225	1,3165	1,3106	1,3047	1,2988	1,2930	1,2873	1,2816	**0,90**
0,10	1,2816	1,2759	1,2702	1,2646	1,2591	1,2536	1,2481	1,2426	1,2372	1,2319	1,2265	**0,89**
0,11	1,2265	1,2212	1,2160	1,2107	1,2055	1,2004	1,1952	1,1901	1,1850	1,1800	1,1750	**0,88**
0,12	1,1750	1,1700	1,1650	1,1601	1,1552	1,1503	1,1455	1,1407	1,1359	1,1311	1,1264	**0,87**
0,13	1,1264	1,1217	1,1170	1,1123	1,1077	1,1031	1,0985	1,0939	1,0893	1,0848	1,0803	**0,86**
0,14	1,0803	1,0758	1,0714	1,0669	1,0625	1,0581	1,0537	1,0494	1,0450	1,0407	1,0364	**0,85**
0,15	1,0364	1,0322	1,0279	1,0237	1,0194	1,0152	1,0110	1,0069	1,0027	0,9986	0,9945	**0,84**
0,16	0,9945	0,9904	0,9863	0,9822	0,9782	0,9741	0,9701	0,9661	0,9621	0,9581	0,9542	**0,83**
0,17	0,9542	0,9502	0,9463	0,9424	0,9385	0,9346	0,9307	0,9269	0,9230	0,9192	0,9154	**0,82**
0,18	0,9154	0,9116	0,9078	0,9040	0,9002	0,8965	0,8927	0,8890	0,8853	0,8816	0,8779	**0,81**
0,19	0,8779	0,8742	0,8705	0,8669	0,8633	0,8596	0,8560	0,8524	0,8488	0,8452	0,8416	**0,80**
0,20	0,8416	0,8381	0,8345	0,8310	0,8274	0,8239	0,8204	0,8169	0,8134	0,8099	0,8064	**0,79**
0,21	0,8064	0,8030	0,7995	0,7961	0,7926	0,7892	0,7858	0,7824	0,7790	0,7756	0,7722	**0,78**
0,22	0,7722	0,7688	0,7655	0,7621	0,7588	0,7554	0,7521	0,7488	0,7454	0,7421	0,7388	**0,77**
0,23	0,7388	0,7356	0,7323	0,7290	0,7257	0,7225	0,7192	0,7160	0,7128	0,7095	0,7063	**0,76**
0,24	0,7063	0,7031	0,6999	0,6967	0,6935	0,6903	0,6871	0,6840	0,6808	0,6776	0,6745	**0,75**
0,25	0,6745	0,6713	0,6682	0,6651	0,6620	0,6588	0,6557	0,6526	0,6495	0,6464	0,6433	**0,74**
0,26	0,6433	0,6403	0,6372	0,6341	0,6311	0,6280	0,6250	0,6219	0,6189	0,6158	0,6128	**0,73**
0,27	0,6128	0,6098	0,6068	0,6038	0,6008	0,5978	0,5948	0,5918	0,5888	0,5858	0,5828	**0,72**
0,28	0,5828	0,5799	0,5769	0,5740	0,5710	0,5681	0,5651	0,5622	0,5592	0,5563	0,5534	**0,71**
0,29	0,5534	0,5505	0,5476	0,5446	0,5417	0,5388	0,5359	0,5330	0,5302	0,5273	0,5244	**0,70**
0,30	0,5244	0,5215	0,5187	0,5158	0,5129	0,5101	0,5072	0,5044	0,5015	0,4987	0,4959	**0,69**
0,31	0,4959	0,4930	0,4902	0,4874	0,4845	0,4817	0,4789	0,4761	0,4733	0,4705	0,4677	**0,68**
0,32	0,4677	0,4649	0,4621	0,4593	0,4565	0,4538	0,4510	0,4482	0,4454	0,4427	0,4399	**0,67**
0,33	0,4399	0,4372	0,4344	0,4316	0,4289	0,4261	0,4234	0,4207	0,4179	0,4152	0,4125	**0,66**
0,34	0,4125	0,4097	0,4070	0,4043	0,4016	0,3989	0,3961	0,3934	0,3907	0,3880	0,3853	**0,65**
0,35	0,3853	0,3826	0,3799	0,3772	0,3745	0,3719	0,3692	0,3665	0,3638	0,3611	0,3585	**0,64**
0,36	0,3585	0,3558	0,3531	0,3505	0,3478	0,3451	0,3425	0,3398	0,3372	0,3345	0,3319	**0,63**
0,37	0,3319	0,3292	0,3266	0,3239	0,3213	0,3186	0,3160	0,3134	0,3107	0,3081	0,3055	**0,62**
0,38	0,3055	0,3029	0,3002	0,2976	0,2950	0,2924	0,2898	0,2871	0,2845	0,2819	0,2793	**0,61**
0,39	0,2793	0,2767	0,2741	0,2715	0,2689	0,2663	0,2637	0,2611	0,2585	0,2559	0,2533	**0,60**
0,40	0,2533	0,2508	0,2482	0,2456	0,2430	0,2404	0,2378	0,2353	0,2327	0,2301	0,2275	**0,59**
0,41	0,2275	0,2250	0,2224	0,2198	0,2173	0,2147	0,2121	0,2096	0,2070	0,2045	0,2019	**0,58**
0,42	0,2019	0,1993	0,1968	0,1942	0,1917	0,1891	0,1866	0,1840	0,1815	0,1789	0,1764	**0,57**
0,43	0,1764	0,1738	0,1713	0,1687	0,1662	0,1637	0,1611	0,1586	0,1560	0,1535	0,1510	**0,56**
0,44	0,1510	0,1484	0,1459	0,1434	0,1408	0,1383	0,1358	0,1332	0,1307	0,1282	0,1257	**0,55**
0,45	0,1257	0,1231	0,1206	0,1181	0,1156	0,1130	0,1105	0,1080	0,1055	0,1030	0,1004	**0,54**
0,46	0,1004	0,0979	0,0954	0,0929	0,0904	0,0878	0,0853	0,0828	0,0803	0,0778	0,0753	**0,53**
0,47	0,0753	0,0728	0,0702	0,0677	0,0652	0,0627	0,0602	0,0577	0,0552	0,0527	0,0502	**0,52**
0,48	0,0502	0,0476	0,0451	0,0426	0,0401	0,0376	0,0351	0,0326	0,0301	0,0276	0,0251	**0,51**
0,49	0,0251	0,0226	0,0201	0,0175	0,0150	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0000	**0,50**
	0,010	**0,009**	**0,008**	**0,007**	**0,006**	**0,005**	**0,004**	**0,003**	**0,002**	**0,001**	**0,000**	**P**

Fractiles de la loi du Khi-2

	P										
Degrés de Liberté	**0,001**	**0,005**	**0,010**	**0,025**	**0,050**	**0,900**	**0,950**	**0,975**	**0,990**	**0,995**	**0,999**
1	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,002	0,010	0,020	0,051	0,103	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,024	0,072	0,115	0,216	0,352	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,091	0,207	0,297	0,484	0,711	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
5	0,210	0,412	0,554	0,831	1,145	9,236	11,070	12,833	15,086	16,750	20,515
6	0,381	0,676	0,872	1,237	1,635	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
7	0,598	0,989	1,239	1,690	2,167	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
8	0,857	1,344	1,646	2,180	2,733	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
9	1,152	1,735	2,088	2,700	3,325	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
10	1,479	2,156	2,558	3,247	3,940	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
11	1,834	2,603	3,053	3,816	4,575	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
12	2,214	3,074	3,571	4,404	5,226	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
13	2,617	3,565	4,107	5,009	5,892	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
14	3,041	4,075	4,660	5,629	6,571	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
15	3,483	4,601	5,229	6,262	7,261	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
16	3,942	5,142	5,812	6,908	7,962	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
17	4,416	5,697	6,408	7,564	8,672	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
18	4,905	6,265	7,015	8,231	9,390	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312
19	5,407	6,844	7,633	8,907	10,117	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820
20	5,921	7,434	8,260	9,591	10,851	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315
21	6,447	8,034	8,897	10,283	11,591	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797
22	6,983	8,643	9,542	10,982	12,338	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268
23	7,529	9,260	10,196	11,689	13,091	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728
24	8,085	9,886	10,856	12,401	13,848	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559	51,179
25	8,649	10,520	11,524	13,120	14,611	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620
26	9,222	11,160	12,198	13,844	15,379	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052
27	9,803	11,808	12,879	14,573	16,151	36,741	40,113	43,195	46,963	49,645	55,476
28	10,391	12,461	13,565	15,308	16,928	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892
29	10,986	13,121	14,256	16,047	17,708	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336	58,301
30	11,588	13,787	14,953	16,791	18,493	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703
31	12,196	14,458	15,655	17,539	19,281	41,422	44,985	48,232	52,191	55,003	61,098
32	12,811	15,134	16,362	18,291	20,072	42,585	46,194	49,480	53,486	56,328	62,487
33	13,431	15,815	17,074	19,047	20,867	43,745	47,400	50,725	54,776	57,648	63,870
34	14,057	16,501	17,789	19,806	21,664	44,903	48,602	51,966	56,061	58,964	65,247
35	14,688	17,192	18,509	20,569	22,465	46,059	49,802	53,203	57,342	60,275	66,619
36	15,324	17,887	19,233	21,336	23,269	47,212	50,998	54,437	58,619	61,581	67,985
37	15,965	18,586	19,960	22,106	24,075	48,363	52,192	55,668	59,893	62,883	69,346
38	16,611	19,289	20,691	22,878	24,884	49,513	53,384	56,896	61,162	64,181	70,703
39	17,262	19,996	21,426	23,654	25,695	50,660	54,572	58,120	62,428	65,476	72,055
40	17,916	20,707	22,164	24,433	26,509	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766	73,402
41	18,575	21,421	22,906	25,215	27,326	52,949	56,942	60,561	64,950	68,053	74,745
42	19,239	22,138	23,650	25,999	28,144	54,090	58,124	61,777	66,206	69,336	76,084
43	19,906	22,859	24,398	26,785	28,965	55,230	59,304	62,990	67,459	70,616	77,419
44	20,576	23,584	25,148	27,575	29,787	56,369	60,481	64,201	68,710	71,893	78,750
45	21,251	24,311	25,901	28,366	30,612	57,505	61,656	65,410	69,957	73,166	80,077
46	21,929	25,041	26,657	29,160	31,439	58,641	62,830	66,617	71,201	74,437	81,400
47	22,610	25,775	27,416	29,956	32,268	59,774	64,001	67,821	72,443	75,704	82,720
48	23,295	26,511	28,177	30,755	33,098	60,907	65,171	69,023	73,683	76,969	84,037
49	23,983	27,249	28,941	31,555	33,930	62,038	66,339	70,222	74,919	78,231	85,351
50	24,674	27,991	29,707	32,357	34,764	63,167	67,505	71,420	76,154	79,490	86,661

Pour des ddl supérieurs à 30, on peut utiliser les fractiles de Gauss suivant la formule

$$\chi^2_n \approx n\left(1-\frac{2}{9n}+u\sqrt{\frac{2}{9n}}\right)^3$$

Fractiles de la loi de Student

Degrés de Liberté	P 0,600	0,700	0,800	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	0,325	0,727	1,376	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,309
2	0,289	0,617	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327
3	0,277	0,584	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215
4	0,271	0,569	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	0,267	0,559	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	0,265	0,553	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	0,263	0,549	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	0,262	0,546	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	0,261	0,543	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	0,260	0,542	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	0,260	0,540	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	0,259	0,539	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	0,259	0,538	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	0,258	0,537	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	0,258	0,536	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	0,258	0,535	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	0,257	0,534	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	0,257	0,534	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	0,257	0,533	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	0,257	0,533	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	0,257	0,532	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	0,256	0,532	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	0,256	0,532	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	0,256	0,531	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	0,256	0,531	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	0,256	0,531	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	0,256	0,531	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	0,256	0,530	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	0,256	0,530	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	0,256	0,530	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
31	0,256	0,530	0,853	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744	3,375
32	0,255	0,530	0,853	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738	3,365
33	0,255	0,530	0,853	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733	3,356
34	0,255	0,529	0,852	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728	3,348
35	0,255	0,529	0,852	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	3,340
36	0,255	0,529	0,852	1,306	1,688	2,028	2,434	2,719	3,333
37	0,255	0,529	0,851	1,305	1,687	2,026	2,431	2,715	3,326
38	0,255	0,529	0,851	1,304	1,686	2,024	2,429	2,712	3,319
39	0,255	0,529	0,851	1,304	1,685	2,023	2,426	2,708	3,313
40	0,255	0,529	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307
42	0,255	0,528	0,850	1,302	1,682	2,018	2,418	2,698	3,296
44	0,255	0,528	0,850	1,301	1,680	2,015	2,414	2,692	3,286
46	0,255	0,528	0,850	1,300	1,679	2,013	2,410	2,687	3,277
48	0,255	0,528	0,849	1,299	1,677	2,011	2,407	2,682	3,269
50	0,255	0,528	0,849	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261
55	0,255	0,527	0,848	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	3,245
60	0,254	0,527	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232
65	0,254	0,527	0,847	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	3,220
70	0,254	0,527	0,847	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,211
75	0,254	0,527	0,846	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643	3,202
80	0,254	0,526	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195
85	0,254	0,526	0,846	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635	3,189
90	0,254	0,526	0,846	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	3,183
95	0,254	0,526	0,845	1,291	1,661	1,985	2,366	2,629	3,178
100	0,254	0,526	0,845	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174

Pour des ddl supérieurs à 30, on peut utiliser les fractiles de Gauss suivant la formule :

$$t_n \approx u + \frac{u^3 + u}{4n}$$