L'ÉCOLE
DES DIRIGEANTS
DE LA PROTECTION SOCIALE

Concours d'entrée 2025

Recueil des épreuves orales

L'ÉCOLE
DES DIRIGEANTS
DE LA PROTECTION SOCIALE

LISTE DES SUJETS 2025

ECONOMIE

- La lutte contre le chômage passe-t-elle par la flexibilisation du marché du travail ?
- La politique monétaire de la BCE aujourd'hui.

QUESTIONS SANITAIRES ET DE PROTECTION SOCIALE

- Les LFSS ont-elles permis de limiter les dépenses sociales ?
- Santé mentale et protection sociale.

SANTE PUBLIQUE

- Organisation de la lutte contre l'alcool en France.
- Le bon usage des soins : définition et perspectives.

SCIENCE POLITIQUE

- Le conflit israélo palestinien.
- La numérisation des services publics.

DROIT DU TRAVAIL

- Les différentes formes de la rémunération du travail.
- Les élections des représentants du personnel.

DROIT PUBLIC

- La liberté d'opinion.
- Les autorités administratives et autorités publiques indépendantes.

GESTION COMPTABLE ET ANALYSE FINANCIERE

- Sujets pages 3 à 5

STATISTIQUES

- Sujets pages 6 à 23

CONCOURS D'ENTRÉE A l'EN3S SESSION 2025
ÉPREUVE de GESTION COMPTABLE ET FINANCIÈRE

Sujet 2025/09

A quoi sert la comptabilité de gestion ? Quelles sont également ses limites ?

Axes de développement possibles : calcul des coûts, analyse du résultat, mesures correctives, tableaux de bord, activités industrielles et activités de services. Les axes de développement ne constituent pas le plan à adopter, mais la suggestion (non obligatoire) de quelques idées à développer.

Source : Le Monde, 21 juin 2025
« A ce niveau de prix, les coûts de production ne sont pas couverts »

L'heure de la moisson de l'orge a sonné, les surfaces plantées sont moindres mais les rendements sont bons. Cependant, le cours de la céréale, plombé par l'Ukraine qui brade les prix, n'enrichira pas les agriculteurs cette année, explique Laurence Girard, journaliste économiste au « Monde ».

Les moissonneuses-batteuses sont entrées en action dans les champs dorés. Elles sont sorties de leur torpeur pour récolter l'orge tricolore. Ce grain donne le coup d'envoi d'une moisson qui vient de débuter avec l'arrivée de l'été. Après l'orge viendra le blé, temps fort de l'année pour les céréaliers.
« Il y a eu des craintes liées au manque de précipitations au printemps et aux récents coups de chaud. Mais globalement, même s'il y a toujours des hétérogénéités, on s'attend à une récolte d'orge correcte », explique Arthur Portier, analyste du cabinet Argus Media France. Le ministère de l'agriculture a publié, mardi 17 juin, ses premières estimations. Dans sa pesée prospective de la production d'orge pour cette campagne, il a mis le curseur à 7,8 millions de tonnes. En rebond de plus de 13 % sur un an. Un retour à meilleure fortune après une année 2024 trop pluvieuse et finalement calamiteuse.

Pourtant, les agriculteurs ont moins planté d'orge en 2025. Les surfaces sont en retrait de 4 % à 1,7 million d'hectares. Si les silos envisagent d'être plus rebondis, ils le doivent essentiellement à un meilleur rendement. Quand le grain sera récolté, il restera à le transformer en espèces sonnantes et trébuchantes. Pour tout l'or de l'orge. Et c'est là que le bât blesse. L'orge fourragère se négociait, vendredi 20 juin, à 193 euros la tonne, quand celle destinée à la bière se faisait un peu plus mousser, à 230 euros la tonne.

« L'Ukraine brade les prix de l'orge. L'idée est d'écouler rapidement cette céréale pour faire de la place au blé et au maïs dans les silos », souligne M. Portier. Selon lui, à ce niveau de prix, sachant que la somme touchée par l'agriculteur est souvent 20 euros inférieure à la cotation sur les marchés, les coûts de production ne sont pas couverts. *« Il manque 20 à 30 euros la tonne »*, précise-t-il.

Les céréaliers européens ne sont donc guère emballés par la décision de Bruxelles de taxer les engrais azotés russes. Un dispositif qui débute le 1er juillet avec une première taxe de 40 euros la tonne. Elle augmentera progressivement passant à 60 euros en 2026, puis à 80 euros un an plus tard, avant d'atteindre 315 euros la tonne en 2028, ce qui revient alors à couper le robinet des importations.

Les fabricants d'engrais européens, qui dénonçaient la concurrence déloyale russe grâce à un coût du gaz moins élevé, se félicitent de la barrière douanière. Ils se disent prêts à accroître leur production pour pallier le reflux des importations. De son côté, Bruxelles s'est dite soucieuse de surveiller la hausse du prix des engrais, pour ne pas planter les céréaliers. La solution azotée se négocie aujourd'hui à près de 350 euros la tonne, contre environ 200 euros la tonne avant la guerre en Ukraine. Les céréaliers espèrent une poussée des cours de l'orge et du blé.

CONCOURS D'ENTRÉE A l'EN3S SESSION 2025
ÉPREUVE de GESTION COMPTABLE ET FINANCIÈRE

Sujet 2025/03

Présenter et commenter les principes comptables suivants : permanence des méthodes, indépendance des exercices, coûts historiques, prudence, image fidèle. Les principes de prudence et d'image fidèle peuvent-ils se contredire ?

Axes de développement possibles : comparabilité, charges à payer, charges constatées d'avance, valeur d'acquisition, fiabilité des états financiers.
Les axes de développement ne constituent pas le plan à adopter, mais la suggestion (non obligatoire) de quelques idées à développer.

Quels sont les principes comptables ?

Source : tgs-france.fr, juin 2024

La comptabilité est fondée sur des principes comptables qui doivent être respectés.
Ils sont au nombre de 10 en France.
Il y a, à titre d'exemple, le principe de prudence, le principe de séparation des exercices, le principe du coût historique ...
Ces principes comptables permettent de répondre à un objectif essentiel de la comptabilité : la transmission d'une information économique et financière fiable.
(...)
Ces principes permettent de garantir la légalité et la qualité de la comptabilité et créent ainsi des standards de communication financière.

Sujet 8 - EN3S - Septembre 2025

Exercice n° 1

Deux caractères X et Y ont été observés sur 10 individus. On obtient les résultats suivants :

X	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4
Y	1	2	1	3	1	4	1	2	2	3

1. Calculer la médiane des données Y
2. Représenter graphiquement les données et calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Y.
3. Que devient le coefficient de corrélation linéaire si :
   - On échange deux lignes,
   - On échange les deux dernières valeurs de la ligne Y
   - Simultanément, on triple chaque valeur de X et on ajoute 17 à chaque valeur de Y

Exercice n°2

On se propose d'étudier la durée de vie d'un nouveau modèle de pneu. On suppose que cette durée de vie (en kilomètres) est une variable aléatoire suivant une loi normale de paramètre μ et σ.

On cherche à estimer μ à partir des observations x_1 ...x_n d'un échantillon de taille n. Au bout de 10 essais, on obtient les résultats suivants :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
xi	43000	47000	44000	41000	49000	37000	35000	39000	34000	51000

1. Donner une estimation ponctuelle de μ
2. Donner une estimation ponctuelle de σ^2 .
3. Testez l'hypothèse *H0* : μ = 40 000km contre l'hypothèse *H1* : $\mu \neq$ 40 000km au risque 0,05. Conclure précisément.
4. Selon vous, ces résultats sont-ils fiables ?

FORMULAIRE DE STATISTIQUES

CONCOURS ENSS - SEPTEMBRE 2025

- **DÉNOMBREMENT :** n et p deux entiers naturels $p \leq n$:

Le nombre d'arrangements de p éléments choisis parmi n est :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\ldots.(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Le nombre de combinaisons de p éléments choisis parmi n, est $C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$

- **QUELQUES LOIS DISCRÈTES :**

Loi binomiale : La variable aléatoire X correspondant au nombre de succès obtenus sur les n réalisations de l'expérience est une variable aléatoire binomiale de paramètres $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{p}$
On dit aussi que $\boldsymbol{X}$ suit une loi binomiale de paramètre $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{p}$
On note ; $\boldsymbol{X \sim B(n,p)}$

$$P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \qquad \text{pour tout } k = 0, \ldots, n$$

$E(X) = np \qquad V(X) = np(1-p)$

Loi de Poisson: Une variable aléatoire discrète infinie X suit une **loi de Poisson de paramètre $\boldsymbol{m}$** $(m > 0)$

si pour tout $k \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{P(X=k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m}}$

On note $\boldsymbol{X \sim \mathcal{P}(m)}$

$E(X) = m \qquad V(X) = m$

Loi hypergéométrique : La variable aléatoire X correspondant au nombre d'individus ayant la caractéristique suit une **loi hypergéométrique de paramètres $\boldsymbol{N, n, p}$.**
On note :

$$\boldsymbol{X \sim \mathcal{H}(N,n,p)}$$

$$P(X=k) = \frac{C_{Np}^k C_{N(1-p)}^{n-k}}{C_N^n} \qquad \text{pour tout } k = 0, \ldots, n$$

$E(X) = np \qquad V(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1}$

- **RÉGRESSION LINÉAIRE :**

¤ LE **COEFFICIENT DE CORRELATION LINEAIRE OU COEFFICIENT DE CORRELATION DE PEARSON** du couple (X, Y) est la quantité :

$$\boldsymbol{r_{XY}} = \frac{\boldsymbol{cov(X,Y)}}{\boldsymbol{\sigma(X)\cdot\sigma(Y)}}$$

LA DROITE DE REGRESSION DE $\boldsymbol{Y}$ EN $\boldsymbol{X}$, notée $\Delta_{Y/X}$, est la droite d'équation $Y = aX + b$, avec :

→ $\boldsymbol{a}$: **COEFFICIENT DE REGRESSION**, pente de la droite de régression :

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{cov(X,Y)}}{\boldsymbol{V(X)}}$$

→ $\boldsymbol{b}$: **COEFFICIENT DE CENTRAGE**, ordonnée à l'origine de la droite de régression :

$$\boldsymbol{b = \overline{y} - a\cdot\overline{x}}$$

- **ESTIMATION DE LA MOYENNE :** $T = \frac{\bar{X}-\mu}{S_n/\sqrt{n-1}} \sim N(0,1)$ lorsque la variance n'est pas connue

où $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} X_i$ et $\overline{S_n}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} X_i^2 - \bar{X}^2$

et μ est la moyenne théorique

L'intervalle de confiance, bilatéral symétrique, à $(1-\alpha)*100\%$ s'écrit : $I = [\bar{x} - \frac{as_n}{\sqrt{n-1}} ; \bar{x} + \frac{as_n}{\sqrt{n-1}}]$

Où a vérifie: $P(T < a) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

- **ESTIMATION DE LA PROPORTION :**

On considère F la variable aléatoire représentant la proportion dans un échantillon de taille n.

On se place dans le cas où n est grand (c'est-à-dire $n \geq 30$ et $n\pi(1-\pi) > 5$)

$$U = \frac{F-\pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \overset{asy}{\approx} N(0;1)$$

L'intervalle de confiance, bilatéral symétrique, à $(1-\alpha)*100\%$ s'écrit :

$$I = [f - a*\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} ; f + a*\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}]$$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE PROPORTION PAR RAPPORT À UNE NORME**

Soit π la proportion théorique inconnue.

On veut tester

$\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi \neq \pi_0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi > \pi_0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi < \pi_0 \end{cases}$

On se fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse $H_0(\pi = \pi_0$ dans les trois cas), on va choisir la variable aléatoire de décision suivante.

$$U_0 = \frac{F - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} \underset{ap}{\approx} N(0,1) \quad \text{avec} \quad n \geq 30 \quad \text{et} \quad n * \pi > 5 \quad \text{et} \quad n * (1-\pi) > 5 \; .$$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE MOYENNE PAR RAPPORT À UNE NORME :**

On a
- soit X~ $N(\mu, \sigma)$,
- soit la taille n de l'échantillon est grande (n>30)

On veut tester :

$\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu \neq \mu_0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu > \mu_0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu < \mu_0 \end{cases}$

On fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse $H_0(\mu = \mu_0$ dans les trois cas), on va choisir l'une des variables aléatoires de décision suivantes :

	n petit (n<30) $X \sim N(\mu; \sigma)$	n grand (n≥30)
σ connu (cas rare)	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0;1)$	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \underset{as}{\approx} N(0;1)$
σ inconnu (cas fréquent)	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{S_n / \sqrt{n-1}} \sim t_{(n-1)}$	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{S_n / \sqrt{n-1}} \underset{as}{\approx} N(0;1)$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE VARIANCE PAR RAPPORT À UNE NORME :**

On suppose que $X \sim N(\mu;\sigma)$, que μ est inconnu (cas le plus fréquent), et que quel soit la taille de l'échantillon.

On veut tester

$\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 \neq {\sigma_0}^2 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 > {\sigma_0}^2 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 < {\sigma_0}^2 \end{cases}$

Test bilatéral symétrique test unilatéral à droite test unilatéral à gauche

On se fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse H_0 ($\sigma^2 = {\sigma_0}^2$ dans les trois cas), on va choisir la variable aléatoire de décision suivante. $K_0 = \frac{nS_n^2}{\sigma_0^2} = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$

où $S_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}X_i^2 - \overline{X}^2$ et $S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{i=n}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{nS_n^2}{n-1}$

- **TEST DU KHI-DEUX D'AJUSTEMENT :**

$\begin{cases} H_O & X \text{ suit approximativement la loi "TRUC"} \\ H_1 & X \text{ ne suit pas approximativement la loi "TRUC"} \end{cases}$

On utilise la variable aléatoire$D = \sum_{k=1}^{k=r}\frac{(N_k - N\pi_k)^2}{N\pi_k}$,

D se rapproche d'une loi du Khi-deux à (r-1) degrés de liberté lorsque n est grand.

- **TEST D'INDEPENDANCE :**

$\begin{cases} H_0 & X \text{ et } Y \text{ sont indépendantes} \\ H_1 & X \text{ et } Y \text{ ne sont pas indépendantes} \end{cases}$ Test du Khi-deux, unilatéral à droite

On définit la variable aléatoire $D = \sum_{i=1}^{i=r}\sum_{j=1}^{j=p}\frac{\left(N_{ij} - T_{ij}\right)^2}{T_{ij}} \sim \chi^2_{(r-1)(p-1)}$.

La réalisation de D est $d = \sum_{i=1}^{i=r}\sum_{j=1}^{j=p}\frac{\left(n_{ij} - t_{ij}\right)^2}{t_{ij}}$ avec $t_{ij} = \frac{n_{i.}n_{.j}}{n}$

On admet que sous H0, la loi de D se rapproche d'une loi du Khi-deux à (r-1)(k-1) degrés de libertés, lorsque n est suffisamment grand.

Si le test se fait avec un risque de première espèce α, q sera donc le quantile d'ordre $1 - \alpha$.

Table de la fonction de répartition de la loi de Gauss réduite

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Fractiles de la loi de Gauss réduite

1-P	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	
0,00	∞	3,0902	2,8782	2,7478	2,6521	2,5758	2,5121	2,4573	2,4089	2,3656	2,3263	0,99
0,01	2,3263	2,2904	2,2571	2,2262	2,1973	2,1701	2,1444	2,1201	2,0969	2,0749	2,0537	0,98
0,02	2,0537	2,0335	2,0141	1,9954	1,9774	1,9600	1,9431	1,9268	1,9110	1,8957	1,8808	0,97
0,03	1,8808	1,8663	1,8522	1,8384	1,8250	1,8119	1,7991	1,7866	1,7744	1,7624	1,7507	0,96
0,04	1,7507	1,7392	1,7279	1,7169	1,7060	1,6954	1,6849	1,6747	1,6646	1,6546	1,6449	0,95
0,05	1,6449	1,6352	1,6258	1,6164	1,6072	1,5982	1,5893	1,5805	1,5718	1,5632	1,5548	0,94
0,06	1,5548	1,5464	1,5382	1,5301	1,5220	1,5141	1,5063	1,4985	1,4909	1,4833	1,4758	0,93
0,07	1,4758	1,4684	1,4611	1,4538	1,4466	1,4395	1,4325	1,4255	1,4187	1,4118	1,4051	0,92
0,08	1,4051	1,3984	1,3917	1,3852	1,3787	1,3722	1,3658	1,3595	1,3532	1,3469	1,3408	0,91
0,09	1,3408	1,3346	1,3285	1,3225	1,3165	1,3106	1,3047	1,2988	1,2930	1,2873	1,2816	0,90
0,10	1,2816	1,2759	1,2702	1,2646	1,2591	1,2536	1,2481	1,2426	1,2372	1,2319	1,2265	0,89
0,11	1,2265	1,2212	1,2160	1,2107	1,2055	1,2004	1,1952	1,1901	1,1850	1,1800	1,1750	0,88
0,12	1,1750	1,1700	1,1650	1,1601	1,1552	1,1503	1,1455	1,1407	1,1359	1,1311	1,1264	0,87
0,13	1,1264	1,1217	1,1170	1,1123	1,1077	1,1031	1,0985	1,0939	1,0893	1,0848	1,0803	0,86
0,14	1,0803	1,0758	1,0714	1,0669	1,0625	1,0581	1,0537	1,0494	1,0450	1,0407	1,0364	0,85
0,15	1,0364	1,0322	1,0279	1,0237	1,0194	1,0152	1,0110	1,0069	1,0027	0,9986	0,9945	0,84
0,16	0,9945	0,9904	0,9863	0,9822	0,9782	0,9741	0,9701	0,9661	0,9621	0,9581	0,9542	0,83
0,17	0,9542	0,9502	0,9463	0,9424	0,9385	0,9346	0,9307	0,9269	0,9230	0,9192	0,9154	0,82
0,18	0,9154	0,9116	0,9078	0,9040	0,9002	0,8965	0,8927	0,8890	0,8853	0,8816	0,8779	0,81
0,19	0,8779	0,8742	0,8705	0,8669	0,8633	0,8596	0,8560	0,8524	0,8488	0,8452	0,8416	0,80
0,20	0,8416	0,8381	0,8345	0,8310	0,8274	0,8239	0,8204	0,8169	0,8134	0,8099	0,8064	0,79
0,21	0,8064	0,8030	0,7995	0,7961	0,7926	0,7892	0,7858	0,7824	0,7790	0,7756	0,7722	0,78
0,22	0,7722	0,7688	0,7655	0,7621	0,7588	0,7554	0,7521	0,7488	0,7454	0,7421	0,7388	0,77
0,23	0,7388	0,7356	0,7323	0,7290	0,7257	0,7225	0,7192	0,7160	0,7128	0,7095	0,7063	0,76
0,24	0,7063	0,7031	0,6999	0,6967	0,6935	0,6903	0,6871	0,6840	0,6808	0,6776	0,6745	0,75
0,25	0,6745	0,6713	0,6682	0,6651	0,6620	0,6588	0,6557	0,6526	0,6495	0,6464	0,6433	0,74
0,26	0,6433	0,6403	0,6372	0,6341	0,6311	0,6280	0,6250	0,6219	0,6189	0,6158	0,6128	0,73
0,27	0,6128	0,6098	0,6068	0,6038	0,6008	0,5978	0,5948	0,5918	0,5888	0,5858	0,5828	0,72
0,28	0,5828	0,5799	0,5769	0,5740	0,5710	0,5681	0,5651	0,5622	0,5592	0,5563	0,5534	0,71
0,29	0,5534	0,5505	0,5476	0,5446	0,5417	0,5388	0,5359	0,5330	0,5302	0,5273	0,5244	0,70
0,30	0,5244	0,5215	0,5187	0,5158	0,5129	0,5101	0,5072	0,5044	0,5015	0,4987	0,4959	0,69
0,31	0,4959	0,4930	0,4902	0,4874	0,4845	0,4817	0,4789	0,4761	0,4733	0,4705	0,4677	0,68
0,32	0,4677	0,4649	0,4621	0,4593	0,4565	0,4538	0,4510	0,4482	0,4454	0,4427	0,4399	0,67
0,33	0,4399	0,4372	0,4344	0,4316	0,4289	0,4261	0,4234	0,4207	0,4179	0,4152	0,4125	0,66
0,34	0,4125	0,4097	0,4070	0,4043	0,4016	0,3989	0,3961	0,3934	0,3907	0,3880	0,3853	0,65
0,35	0,3853	0,3826	0,3799	0,3772	0,3745	0,3719	0,3692	0,3665	0,3638	0,3611	0,3585	0,64
0,36	0,3585	0,3558	0,3531	0,3505	0,3478	0,3451	0,3425	0,3398	0,3372	0,3345	0,3319	0,63
0,37	0,3319	0,3292	0,3266	0,3239	0,3213	0,3186	0,3160	0,3134	0,3107	0,3081	0,3055	0,62
0,38	0,3055	0,3029	0,3002	0,2976	0,2950	0,2924	0,2898	0,2871	0,2845	0,2819	0,2793	0,61
0,39	0,2793	0,2767	0,2741	0,2715	0,2689	0,2663	0,2637	0,2611	0,2585	0,2559	0,2533	0,60
0,40	0,2533	0,2508	0,2482	0,2456	0,2430	0,2404	0,2378	0,2353	0,2327	0,2301	0,2275	0,59
0,41	0,2275	0,2250	0,2224	0,2198	0,2173	0,2147	0,2121	0,2096	0,2070	0,2045	0,2019	0,58
0,42	0,2019	0,1993	0,1968	0,1942	0,1917	0,1891	0,1866	0,1840	0,1815	0,1789	0,1764	0,57
0,43	0,1764	0,1738	0,1713	0,1687	0,1662	0,1637	0,1611	0,1586	0,1560	0,1535	0,1510	0,56
0,44	0,1510	0,1484	0,1459	0,1434	0,1408	0,1383	0,1358	0,1332	0,1307	0,1282	0,1257	0,55
0,45	0,1257	0,1231	0,1206	0,1181	0,1156	0,1130	0,1105	0,1080	0,1055	0,1030	0,1004	0,54
0,46	0,1004	0,0979	0,0954	0,0929	0,0904	0,0878	0,0853	0,0828	0,0803	0,0778	0,0753	0,53
0,47	0,0753	0,0728	0,0702	0,0677	0,0652	0,0627	0,0602	0,0577	0,0552	0,0527	0,0502	0,52
0,48	0,0502	0,0476	0,0451	0,0426	0,0401	0,0376	0,0351	0,0326	0,0301	0,0276	0,0251	0,51
0,49	0,0251	0,0226	0,0201	0,0175	0,0150	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0000	0,50
	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,001	0,000	P

Fractiles de la loi du Khi-2

Degrés de Liberté	P										
	0,001	0,005	0,010	0,025	0,050	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,002	0,010	0,020	0,051	0,103	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,024	0,072	0,115	0,216	0,352	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,091	0,207	0,297	0,484	0,711	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
5	0,210	0,412	0,554	0,831	1,145	9,236	11,070	12,833	15,086	16,750	20,515
6	0,381	0,676	0,872	1,237	1,635	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
7	0,598	0,989	1,239	1,690	2,167	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
8	0,857	1,344	1,646	2,180	2,733	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
9	1,152	1,735	2,088	2,700	3,325	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
10	1,479	2,156	2,558	3,247	3,940	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
11	1,834	2,603	3,053	3,816	4,575	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
12	2,214	3,074	3,571	4,404	5,226	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
13	2,617	3,565	4,107	5,009	5,892	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
14	3,041	4,075	4,660	5,629	6,571	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
15	3,483	4,601	5,229	6,262	7,261	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
16	3,942	5,142	5,812	6,908	7,962	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
17	4,416	5,697	6,408	7,564	8,672	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
18	4,905	6,265	7,015	8,231	9,390	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312
19	5,407	6,844	7,633	8,907	10,117	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820
20	5,921	7,434	8,260	9,591	10,851	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315
21	6,447	8,034	8,897	10,283	11,591	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797
22	6,983	8,643	9,542	10,982	12,338	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268
23	7,529	9,260	10,196	11,689	13,091	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728
24	8,085	9,886	10,856	12,401	13,848	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559	51,179
25	8,649	10,520	11,524	13,120	14,611	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620
26	9,222	11,160	12,198	13,844	15,379	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052
27	9,803	11,808	12,879	14,573	16,151	36,741	40,113	43,195	46,963	49,645	55,476
28	10,391	12,461	13,565	15,308	16,928	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892
29	10,986	13,121	14,256	16,047	17,708	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336	58,301
30	11,588	13,787	14,953	16,791	18,493	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703
31	12,196	14,458	15,655	17,539	19,281	41,422	44,985	48,232	52,191	55,003	61,098
32	12,811	15,134	16,362	18,291	20,072	42,585	46,194	49,480	53,486	56,328	62,487
33	13,431	15,815	17,074	19,047	20,867	43,745	47,400	50,725	54,776	57,648	63,870
34	14,057	16,501	17,789	19,806	21,664	44,903	48,602	51,966	56,061	58,964	65,247
35	14,688	17,192	18,509	20,569	22,465	46,059	49,802	53,203	57,342	60,275	66,619
36	15,324	17,887	19,233	21,336	23,269	47,212	50,998	54,437	58,619	61,581	67,985
37	15,965	18,586	19,960	22,106	24,075	48,363	52,192	55,668	59,893	62,883	69,346
38	16,611	19,289	20,691	22,878	24,884	49,513	53,384	56,896	61,162	64,181	70,703
39	17,262	19,996	21,426	23,654	25,695	50,660	54,572	58,120	62,428	65,476	72,055
40	17,916	20,707	22,164	24,433	26,509	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766	73,402
41	18,575	21,421	22,906	25,215	27,326	52,949	56,942	60,561	64,950	68,053	74,745
42	19,239	22,138	23,650	25,999	28,144	54,090	58,124	61,777	66,206	69,336	76,084
43	19,906	22,859	24,398	26,785	28,965	55,230	59,304	62,990	67,459	70,616	77,419
44	20,576	23,584	25,148	27,575	29,787	56,369	60,481	64,201	68,710	71,893	78,750
45	21,251	24,311	25,901	28,366	30,612	57,505	61,656	65,410	69,957	73,166	80,077
46	21,929	25,041	26,657	29,160	31,439	58,641	62,830	66,617	71,201	74,437	81,400
47	22,610	25,775	27,416	29,956	32,268	59,774	64,001	67,821	72,443	75,704	82,720
48	23,295	26,511	28,177	30,755	33,098	60,907	65,171	69,023	73,683	76,969	84,037
49	23,983	27,249	28,941	31,555	33,930	62,038	66,339	70,222	74,919	78,231	85,351
50	24,674	27,991	29,707	32,357	34,764	63,167	67,505	71,420	76,154	79,490	86,661

Pour des ddl supérieurs à 30, on peut utiliser les fractiles de Gauss suivant la formule

$$\chi^2_n \approx n\left(1-\frac{2}{9n}+u\sqrt{\frac{2}{9n}}\right)^3$$

Fractiles de la loi de Student

Degrés de Liberté	P = 0,600	0,700	0,800	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	0,325	0,727	1,376	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,309
2	0,289	0,617	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327
3	0,277	0,584	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215
4	0,271	0,569	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	0,267	0,559	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	0,265	0,553	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	0,263	0,549	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	0,262	0,546	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	0,261	0,543	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	0,260	0,542	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	0,260	0,540	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	0,259	0,539	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	0,259	0,538	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	0,258	0,537	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	0,258	0,536	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	0,258	0,535	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	0,257	0,534	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	0,257	0,534	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	0,257	0,533	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	0,257	0,533	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	0,257	0,532	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	0,256	0,532	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	0,256	0,532	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	0,256	0,531	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	0,256	0,531	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	0,256	0,531	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	0,256	0,531	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	0,256	0,530	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	0,256	0,530	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	0,256	0,530	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
31	0,256	0,530	0,853	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744	3,375
32	0,255	0,530	0,853	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738	3,365
33	0,255	0,530	0,853	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733	3,356
34	0,255	0,529	0,852	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728	3,348
35	0,255	0,529	0,852	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	3,340
36	0,255	0,529	0,852	1,306	1,688	2,028	2,434	2,719	3,333
37	0,255	0,529	0,851	1,305	1,687	2,026	2,431	2,715	3,326
38	0,255	0,529	0,851	1,304	1,686	2,024	2,429	2,712	3,319
39	0,255	0,529	0,851	1,304	1,685	2,023	2,426	2,708	3,313
40	0,255	0,529	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307
42	0,255	0,528	0,850	1,302	1,682	2,018	2,418	2,698	3,296
44	0,255	0,528	0,850	1,301	1,680	2,015	2,414	2,692	3,286
46	0,255	0,528	0,850	1,300	1,679	2,013	2,410	2,687	3,277
48	0,255	0,528	0,849	1,299	1,677	2,011	2,407	2,682	3,269
50	0,255	0,528	0,849	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261
55	0,255	0,527	0,848	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	3,245
60	0,254	0,527	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232
65	0,254	0,527	0,847	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	3,220
70	0,254	0,527	0,847	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,211
75	0,254	0,527	0,846	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643	3,202
80	0,254	0,526	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195
85	0,254	0,526	0,846	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635	3,189
90	0,254	0,526	0,846	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	3,183
95	0,254	0,526	0,845	1,291	1,661	1,985	2,366	2,629	3,178
100	0,254	0,526	0,845	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174

Pour des ddl supérieurs à 30, on peut utiliser les fractiles de Gauss suivant la formule :

$$t_n \approx u + \frac{u^3 + u}{4n}$$

Sujet 3-EN3S-Septembre 2025

EXERCICE 1 :

Le sac d'un jardinier contient 200 bulbes de tulipes dont 15 donneront des tulipes noires. Le jardinier prélève 10 bulbes et les plante dans un massif. Chaque bulbe donnera une seule tulipe. On s'intéresse à la variable aléatoire X correspondant au nombre de tulipes noires parmi les 10 qui fleuriront.

1) Déterminer la loi de X et ses paramètres (Justifier).
2) Expliciter la probabilité $P(X = x)$ en précisant les valeurs possibles de x.
3) Calculer et interpréter l'espérance mathématique et l'écart-type de X.
4) Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ? Justifier.
5) Avec cette approximation, calculer la probabilité pour qu'au moins une tulipe noire fleurisse parmi les 10.

EXERCICE 2 :

On considère la variable aléatoire X, représentant la résistance électrique, exprimée en ohms, de composants électroniques, produits dans une usine. La distribution des résistances est normale. Les mesures pour 16 composants donnent les résultats suivants :

$\sum_{i=1}^{i=16} x_i = 6338$ et $\sum_{i=1}^{i=16} x_i^2 = 2\,511\,322$

1) Calculer les estimations ponctuelles et sans biais, des moyenne et variance théoriques.

2) Ecrire le test qui permet de savoir si la résistance moyenne de composants produits dans une usine est significativement différente de 400 ohms.

3) Effectuer le test et conclure, avec un risque de première espèce de 1%.

FORMULAIRE DE STATISTIQUES

CONCOURS EN3S - SEPTEMBRE 2025

- **DÉNOMBREMENT :** n et p deux entiers naturels $p \leq n$:

Le nombre d'arrangements de p éléments choisis parmi n est :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\ldots.(n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Le nombre de combinaisons de p éléments choisis parmi n, est $C_n^p = \begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix} = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$

- **QUELQUES LOIS DISCRÈTES :**

Loi binomiale : La variable aléatoire X correspondant au nombre de succès obtenus sur les n réalisations de l'expérience est une variable aléatoire binomiale de paramètres $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{p}$
On dit aussi que $\boldsymbol{X}$ suit une loi binomiale de paramètre $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{p}$
On note ; $\boldsymbol{X \sim B(n,p)}$

$$P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \qquad \text{pour tout } k = 0, \ldots, n$$

$E(X) = np \qquad V(X) = np(1-p)$

Loi de Poisson: Une variable aléatoire discrète infinie X suit une **loi de Poisson de paramètre $\boldsymbol{m}$** $(m > 0)$

si pour tout $k \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{P(X=k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m}}$

On note $\boldsymbol{X \sim \mathcal{P}\,(m)}$

$E(X) = m \qquad V(X) = m$

Loi hypergéométrique : La variable aléatoire X correspondant au nombre d'individus ayant la caractéristique suit une **loi hypergéométrique de paramètres $\boldsymbol{N, n, p}$.**
On note :

$$\boldsymbol{X \sim \mathcal{H}(N,n,p)}$$

$$P(X=k) = \frac{C_{Np}^k C_{N(1-p)}^{n-k}}{C_N^n} \qquad \text{pour tout } k = 0, \ldots, n$$

$E(X) = np \qquad V(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1}$

- **RÉGRESSION LINÉAIRE :**

¤ LE **COEFFICIENT DE CORRELATION LINEAIRE OU COEFFICIENT DE CORRELATION DE PEARSON** du couple (X, Y) est la quantité :

$$r_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}$$

LA DROITE DE REGRESSION DE Y EN X, notée $\Delta_{Y/X}$, est la droite d'équation $Y = aX + b$, avec :

→ a : **COEFFICIENT DE REGRESSION,** pente de la droite de régression :

$$a = \frac{cov(X,Y)}{V(X)}$$

→ b : **COEFFICIENT DE CENTRAGE,** ordonnée à l'origine de la droite de régression :

$$b = \overline{y} - a \cdot \overline{x}$$

- **ESTIMATION DE LA MOYENNE :** $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S_n / \sqrt{n-1}} \sim N(0,1)$ lorsque la variance n'est pas connue

où $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} X_i$ et $\overline{S_n}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} X_i^{\,2} - \bar{X}^2$

et μ est la moyenne théorique

L'intervalle de confiance, bilatéral symétrique, à $(1 - \alpha) * 100\%$ s'écrit : $I = [\bar{x} - \frac{a s_n}{\sqrt{n-1}} \,;\, \bar{x} + \frac{a s_n}{\sqrt{n-1}}]$

Où a vérifie: $P(T < a) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

- **ESTIMATION DE LA PROPORTION :**

On considère F la variable aléatoire représentant la proportion dans un échantillon de taille n.

On se place dans le cas où n est grand (c'est-à-dire $n \geq 30$ et $n\pi(1-\pi) > 5$)

$$U = \frac{F - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \overset{asy}{\approx} N(0;1)$$

L'intervalle de confiance, bilatéral symétrique, à $(1 - \alpha) * 100\%$ s'écrit :

$$I = [f - a * \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \,;\, f + a * \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}]$$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE PROPORTION PAR RAPPORT À UNE NORME**

Soit π la proportion théorique inconnue.

On veut tester

$\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi \neq \pi_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi > \pi_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \pi = \pi_0 \\ H_1 & \pi < \pi_0 \end{cases}$

On se fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse H_0 ($\pi = \pi_0$ dans les trois cas), on va choisir la variable aléatoire de décision suivante.

$$U_0 = \frac{F - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} \underset{ap}{\approx} N(0,1) \quad \text{avec} \quad n \geq 30 \quad \text{et} \quad n * \pi > 5 \quad \text{et} \quad n * (1-\pi) > 5 \ .$$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE MOYENNE PAR RAPPORT À UNE NORME :**

On a
- soit X~ $N(\mu, \sigma)$,
- soit la taille n de l'échantillon est grande (n>30)

On veut tester :

$\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu \neq \mu_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu > \mu_0 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \mu = \mu_0 \\ H_1 & \mu < \mu_0 \end{cases}$

On fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse $H_0(\mu = \mu_0$ dans les trois cas), on va choisir l'une des variables aléatoires de décision suivantes :

	n petit (n<30) $X \sim N(\mu; \sigma)$	n grand (n≥30)
σ connu (cas rare)	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0;1)$	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \underset{as}{\approx} N(0;1)$
σ inconnu (cas fréquent)	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{S_n / \sqrt{n-1}} \sim t_{(n-1)}$	$T = \frac{\overline{X_n} - \mu_0}{S_n / \sqrt{n-1}} \underset{as}{\approx} N(0;1)$

- **TEST DE COMPARAISON D'UNE VARIANCE PAR RAPPORT À UNE NORME :**

On suppose que $X \sim N(\mu;\sigma)$, que μ est inconnu (cas le plus fréquent), et que quel soit la taille de l'échantillon.

On veut tester

$\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 \neq {\sigma_0}^2 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 > {\sigma_0}^2 \end{cases}$ $\begin{cases} H_0 & \sigma^2 = {\sigma_0}^2 \\ H_1 & \sigma^2 < {\sigma_0}^2 \end{cases}$

Test bilatéral symétrique test unilatéral à droite test unilatéral à gauche

On se fixe α, le risque de première espèce et on connait la taille de l'échantillon.

Sous l'hypothèse H_0 ($\sigma^2 = {\sigma_0}^2$ dans les trois cas), on va choisir la variable aléatoire de décision suivante. $K_0 = \frac{nS_n^2}{\sigma_0^2} = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$

où $S_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n}X_i^2 - \overline{X}^2$ et $S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{i=n}(X_i - \overline{X})^2 = \frac{nS_n^2}{n-1}$

- **TEST DU KHI-DEUX D'AJUSTEMENT :**

$\begin{cases} H_0 & X \text{ suit approximativement la loi "TRUC"} \\ H_1 & X \text{ ne suit pas approximativement la loi "TRUC"} \end{cases}$

On utilise la variable aléatoire $D = \sum_{k=1}^{k=r}\frac{(N_k - N\pi_k)^2}{N\pi_k}$,
D se rapproche d'une loi du Khi-deux à (r-1) degrés de liberté lorsque n est grand.

- **TEST D'INDEPENDANCE :**

$\begin{cases} H_0 & X \text{ et } Y \text{ sont indépendantes} \\ H_1 & X \text{ et } Y \text{ ne sont pas indépendantes} \end{cases}$ Test du Khi-deux, unilatéral à droite

On définit la variable aléatoire $D = \sum_{i=1}^{i=r}\sum_{j=1}^{j=p}\frac{\left(N_{ij} - T_{ij}\right)^2}{T_{ij}} \sim \chi^2_{(r-1)(p-1)}$.

La réalisation de D est $d = \sum_{i=1}^{i=r}\sum_{j=1}^{j=p}\frac{\left(n_{ij} - t_{ij}\right)^2}{t_{ij}}$ avec $t_{ij} = \frac{n_{i.}n_{.j}}{n}$

On admet que sous H0, la loi de D se rapproche d'une loi du Khi-deux à (r-1)(k-1) degrés de libertés, lorsque n est suffisamment grand.

Si le test se fait avec un risque de première espèce α, q sera donc le quantile d'ordre $1-\alpha$.

Table de la fonction de répartition de la loi de Gauss réduite

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Fractiles de la loi de Gauss réduite

1-P	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	
0,00	∞	3,0902	2,8782	2,7478	2,6521	2,5758	2,5121	2,4573	2,4089	2,3656	2,3263	**0,99**
0,01	2,3263	2,2904	2,2571	2,2262	2,1973	2,1701	2,1444	2,1201	2,0969	2,0749	2,0537	**0,98**
0,02	2,0537	2,0335	2,0141	1,9954	1,9774	1,9600	1,9431	1,9268	1,9110	1,8957	1,8808	**0,97**
0,03	1,8808	1,8663	1,8522	1,8384	1,8250	1,8119	1,7991	1,7866	1,7744	1,7624	1,7507	**0,96**
0,04	1,7507	1,7392	1,7279	1,7169	1,7060	1,6954	1,6849	1,6747	1,6646	1,6546	1,6449	**0,95**
0,05	1,6449	1,6352	1,6258	1,6164	1,6072	1,5982	1,5893	1,5805	1,5718	1,5632	1,5548	**0,94**
0,06	1,5548	1,5464	1,5382	1,5301	1,5220	1,5141	1,5063	1,4985	1,4909	1,4833	1,4758	**0,93**
0,07	1,4758	1,4684	1,4611	1,4538	1,4466	1,4395	1,4325	1,4255	1,4187	1,4118	1,4051	**0,92**
0,08	1,4051	1,3984	1,3917	1,3852	1,3787	1,3722	1,3658	1,3595	1,3532	1,3469	1,3408	**0,91**
0,09	1,3408	1,3346	1,3285	1,3225	1,3165	1,3106	1,3047	1,2988	1,2930	1,2873	1,2816	**0,90**
0,10	1,2816	1,2759	1,2702	1,2646	1,2591	1,2536	1,2481	1,2426	1,2372	1,2319	1,2265	**0,89**
0,11	1,2265	1,2212	1,2160	1,2107	1,2055	1,2004	1,1952	1,1901	1,1850	1,1800	1,1750	**0,88**
0,12	1,1750	1,1700	1,1650	1,1601	1,1552	1,1503	1,1455	1,1407	1,1359	1,1311	1,1264	**0,87**
0,13	1,1264	1,1217	1,1170	1,1123	1,1077	1,1031	1,0985	1,0939	1,0893	1,0848	1,0803	**0,86**
0,14	1,0803	1,0758	1,0714	1,0669	1,0625	1,0581	1,0537	1,0494	1,0450	1,0407	1,0364	**0,85**
0,15	1,0364	1,0322	1,0279	1,0237	1,0194	1,0152	1,0110	1,0069	1,0027	0,9986	0,9945	**0,84**
0,16	0,9945	0,9904	0,9863	0,9822	0,9782	0,9741	0,9701	0,9661	0,9621	0,9581	0,9542	**0,83**
0,17	0,9542	0,9502	0,9463	0,9424	0,9385	0,9346	0,9307	0,9269	0,9230	0,9192	0,9154	**0,82**
0,18	0,9154	0,9116	0,9078	0,9040	0,9002	0,8965	0,8927	0,8890	0,8853	0,8816	0,8779	**0,81**
0,19	0,8779	0,8742	0,8705	0,8669	0,8633	0,8596	0,8560	0,8524	0,8488	0,8452	0,8416	**0,80**
0,20	0,8416	0,8381	0,8345	0,8310	0,8274	0,8239	0,8204	0,8169	0,8134	0,8099	0,8064	**0,79**
0,21	0,8064	0,8030	0,7995	0,7961	0,7926	0,7892	0,7858	0,7824	0,7790	0,7756	0,7722	**0,78**
0,22	0,7722	0,7688	0,7655	0,7621	0,7588	0,7554	0,7521	0,7488	0,7454	0,7421	0,7388	**0,77**
0,23	0,7388	0,7356	0,7323	0,7290	0,7257	0,7225	0,7192	0,7160	0,7128	0,7095	0,7063	**0,76**
0,24	0,7063	0,7031	0,6999	0,6967	0,6935	0,6903	0,6871	0,6840	0,6808	0,6776	0,6745	**0,75**
0,25	0,6745	0,6713	0,6682	0,6651	0,6620	0,6588	0,6557	0,6526	0,6495	0,6464	0,6433	**0,74**
0,26	0,6433	0,6403	0,6372	0,6341	0,6311	0,6280	0,6250	0,6219	0,6189	0,6158	0,6128	**0,73**
0,27	0,6128	0,6098	0,6068	0,6038	0,6008	0,5978	0,5948	0,5918	0,5888	0,5858	0,5828	**0,72**
0,28	0,5828	0,5799	0,5769	0,5740	0,5710	0,5681	0,5651	0,5622	0,5592	0,5563	0,5534	**0,71**
0,29	0,5534	0,5505	0,5476	0,5446	0,5417	0,5388	0,5359	0,5330	0,5302	0,5273	0,5244	**0,70**
0,30	0,5244	0,5215	0,5187	0,5158	0,5129	0,5101	0,5072	0,5044	0,5015	0,4987	0,4959	**0,69**
0,31	0,4959	0,4930	0,4902	0,4874	0,4845	0,4817	0,4789	0,4761	0,4733	0,4705	0,4677	**0,68**
0,32	0,4677	0,4649	0,4621	0,4593	0,4565	0,4538	0,4510	0,4482	0,4454	0,4427	0,4399	**0,67**
0,33	0,4399	0,4372	0,4344	0,4316	0,4289	0,4261	0,4234	0,4207	0,4179	0,4152	0,4125	**0,66**
0,34	0,4125	0,4097	0,4070	0,4043	0,4016	0,3989	0,3961	0,3934	0,3907	0,3880	0,3853	**0,65**
0,35	0,3853	0,3826	0,3799	0,3772	0,3745	0,3719	0,3692	0,3665	0,3638	0,3611	0,3585	**0,64**
0,36	0,3585	0,3558	0,3531	0,3505	0,3478	0,3451	0,3425	0,3398	0,3372	0,3345	0,3319	**0,63**
0,37	0,3319	0,3292	0,3266	0,3239	0,3213	0,3186	0,3160	0,3134	0,3107	0,3081	0,3055	**0,62**
0,38	0,3055	0,3029	0,3002	0,2976	0,2950	0,2924	0,2898	0,2871	0,2845	0,2819	0,2793	**0,61**
0,39	0,2793	0,2767	0,2741	0,2715	0,2689	0,2663	0,2637	0,2611	0,2585	0,2559	0,2533	**0,60**
0,40	0,2533	0,2508	0,2482	0,2456	0,2430	0,2404	0,2378	0,2353	0,2327	0,2301	0,2275	**0,59**
0,41	0,2275	0,2250	0,2224	0,2198	0,2173	0,2147	0,2121	0,2096	0,2070	0,2045	0,2019	**0,58**
0,42	0,2019	0,1993	0,1968	0,1942	0,1917	0,1891	0,1866	0,1840	0,1815	0,1789	0,1764	**0,57**
0,43	0,1764	0,1738	0,1713	0,1687	0,1662	0,1637	0,1611	0,1586	0,1560	0,1535	0,1510	**0,56**
0,44	0,1510	0,1484	0,1459	0,1434	0,1408	0,1383	0,1358	0,1332	0,1307	0,1282	0,1257	**0,55**
0,45	0,1257	0,1231	0,1206	0,1181	0,1156	0,1130	0,1105	0,1080	0,1055	0,1030	0,1004	**0,54**
0,46	0,1004	0,0979	0,0954	0,0929	0,0904	0,0878	0,0853	0,0828	0,0803	0,0778	0,0753	**0,53**
0,47	0,0753	0,0728	0,0702	0,0677	0,0652	0,0627	0,0602	0,0577	0,0552	0,0527	0,0502	**0,52**
0,48	0,0502	0,0476	0,0451	0,0426	0,0401	0,0376	0,0351	0,0326	0,0301	0,0276	0,0251	**0,51**
0,49	0,0251	0,0226	0,0201	0,0175	0,0150	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0000	**0,50**
	0,010	**0,009**	**0,008**	**0,007**	**0,006**	**0,005**	**0,004**	**0,003**	**0,002**	**0,001**	**0,000**	P

Fractiles de la loi du Khi-2

	P										
Degrés de Liberté	0,001	0,005	0,010	0,025	0,050	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,002	0,010	0,020	0,051	0,103	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,024	0,072	0,115	0,216	0,352	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,091	0,207	0,297	0,484	0,711	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
5	0,210	0,412	0,554	0,831	1,145	9,236	11,070	12,833	15,086	16,750	20,515
6	0,381	0,676	0,872	1,237	1,635	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
7	0,598	0,989	1,239	1,690	2,167	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
8	0,857	1,344	1,646	2,180	2,733	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
9	1,152	1,735	2,088	2,700	3,325	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
10	1,479	2,156	2,558	3,247	3,940	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
11	1,834	2,603	3,053	3,816	4,575	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
12	2,214	3,074	3,571	4,404	5,226	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
13	2,617	3,565	4,107	5,009	5,892	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
14	3,041	4,075	4,660	5,629	6,571	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
15	3,483	4,601	5,229	6,262	7,261	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
16	3,942	5,142	5,812	6,908	7,962	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
17	4,416	5,697	6,408	7,564	8,672	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
18	4,905	6,265	7,015	8,231	9,390	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312
19	5,407	6,844	7,633	8,907	10,117	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820
20	5,921	7,434	8,260	9,591	10,851	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315
21	6,447	8,034	8,897	10,283	11,591	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797
22	6,983	8,643	9,542	10,982	12,338	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268
23	7,529	9,260	10,196	11,689	13,091	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728
24	8,085	9,886	10,856	12,401	13,848	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559	51,179
25	8,649	10,520	11,524	13,120	14,611	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620
26	9,222	11,160	12,198	13,844	15,379	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052
27	9,803	11,808	12,879	14,573	16,151	36,741	40,113	43,195	46,963	49,645	55,476
28	10,391	12,461	13,565	15,308	16,928	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892
29	10,986	13,121	14,256	16,047	17,708	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336	58,301
30	11,588	13,787	14,953	16,791	18,493	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703
31	12,196	14,458	15,655	17,539	19,281	41,422	44,985	48,232	52,191	55,003	61,098
32	12,811	15,134	16,362	18,291	20,072	42,585	46,194	49,480	53,486	56,328	62,487
33	13,431	15,815	17,074	19,047	20,867	43,745	47,400	50,725	54,776	57,648	63,870
34	14,057	16,501	17,789	19,806	21,664	44,903	48,602	51,966	56,061	58,964	65,247
35	14,688	17,192	18,509	20,569	22,465	46,059	49,802	53,203	57,342	60,275	66,619
36	15,324	17,887	19,233	21,336	23,269	47,212	50,998	54,437	58,619	61,581	67,985
37	15,965	18,586	19,960	22,106	24,075	48,363	52,192	55,668	59,893	62,883	69,346
38	16,611	19,289	20,691	22,878	24,884	49,513	53,384	56,896	61,162	64,181	70,703
39	17,262	19,996	21,426	23,654	25,695	50,660	54,572	58,120	62,428	65,476	72,055
40	17,916	20,707	22,164	24,433	26,509	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766	73,402
41	18,575	21,421	22,906	25,215	27,326	52,949	56,942	60,561	64,950	68,053	74,745
42	19,239	22,138	23,650	25,999	28,144	54,090	58,124	61,777	66,206	69,336	76,084
43	19,906	22,859	24,398	26,785	28,965	55,230	59,304	62,990	67,459	70,616	77,419
44	20,576	23,584	25,148	27,575	29,787	56,369	60,481	64,201	68,710	71,893	78,750
45	21,251	24,311	25,901	28,366	30,612	57,505	61,656	65,410	69,957	73,166	80,077
46	21,929	25,041	26,657	29,160	31,439	58,641	62,830	66,617	71,201	74,437	81,400
47	22,610	25,775	27,416	29,956	32,268	59,774	64,001	67,821	72,443	75,704	82,720
48	23,295	26,511	28,177	30,755	33,098	60,907	65,171	69,023	73,683	76,969	84,037
49	23,983	27,249	28,941	31,555	33,930	62,038	66,339	70,222	74,919	78,231	85,351
50	24,674	27,991	29,707	32,357	34,764	63,167	67,505	71,420	76,154	79,490	86,661

Pour des ddl supérieurs à 30, on peut utiliser les fractiles de Gauss suivant la formule

$$\chi^2_n \approx n\left(1 - \frac{2}{9n} + u\sqrt{\frac{2}{9n}}\right)^3$$

Fractiles de la loi de Student

Degrés de Liberté	P 0,600	0,700	0,800	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	0,325	0,727	1,376	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,309
2	0,289	0,617	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327
3	0,277	0,584	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215
4	0,271	0,569	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	0,267	0,559	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	0,265	0,553	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	0,263	0,549	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	0,262	0,546	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	0,261	0,543	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	0,260	0,542	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	0,260	0,540	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	0,259	0,539	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	0,259	0,538	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	0,258	0,537	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	0,258	0,536	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	0,258	0,535	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	0,257	0,534	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	0,257	0,534	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	0,257	0,533	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	0,257	0,533	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	0,257	0,532	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	0,256	0,532	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	0,256	0,532	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	0,256	0,531	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	0,256	0,531	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	0,256	0,531	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	0,256	0,531	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	0,256	0,530	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	0,256	0,530	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	0,256	0,530	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
31	0,256	0,530	0,853	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744	3,375
32	0,255	0,530	0,853	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738	3,365
33	0,255	0,530	0,853	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733	3,356
34	0,255	0,529	0,852	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728	3,348
35	0,255	0,529	0,852	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	3,340
36	0,255	0,529	0,852	1,306	1,688	2,028	2,434	2,719	3,333
37	0,255	0,529	0,851	1,305	1,687	2,026	2,431	2,715	3,326
38	0,255	0,529	0,851	1,304	1,686	2,024	2,429	2,712	3,319
39	0,255	0,529	0,851	1,304	1,685	2,023	2,426	2,708	3,313
40	0,255	0,529	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307
42	0,255	0,528	0,850	1,302	1,682	2,018	2,418	2,698	3,296
44	0,255	0,528	0,850	1,301	1,680	2,015	2,414	2,692	3,286
46	0,255	0,528	0,850	1,300	1,679	2,013	2,410	2,687	3,277
48	0,255	0,528	0,849	1,299	1,677	2,011	2,407	2,682	3,269
50	0,255	0,528	0,849	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261
55	0,255	0,527	0,848	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	3,245
60	0,254	0,527	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232
65	0,254	0,527	0,847	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	3,220
70	0,254	0,527	0,847	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,211
75	0,254	0,527	0,846	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643	3,202
80	0,254	0,526	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195
85	0,254	0,526	0,846	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635	3,189
90	0,254	0,526	0,846	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	3,183
95	0,254	0,526	0,845	1,291	1,661	1,985	2,366	2,629	3,178
100	0,254	0,526	0,845	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174

Pour des ddl supérieurs à 30, on peut utiliser les fractiles de Gauss suivant la formule :

$$t_n \approx u + \frac{u^3 + u}{4n}$$